

# Multiplication des matrices

Dédou

Décembre 2010

# La formule de multiplication

On rappelle que  $M_{p,q}$  désigne l'ensemble des matrices à  $p$  lignes et  $q$  colonnes.

$$\begin{aligned} \text{Mult}_{p,q,r} : M_{p,q} \times M_{q,r} &\rightarrow M_{p,r} \\ (A, B) &\mapsto AB \\ (A, B) &\mapsto ((i, j) \mapsto \sum A_{ik} B_{kj}). \end{aligned}$$

## Notation

On note la multiplication des matrices sans rien, comme celle des nombres.

# Le dessin de la multiplication

[http://en.wikipedia.org/wiki/Matrix\\_multiplication](http://en.wikipedia.org/wiki/Matrix_multiplication)

## Exemple de multiplication

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, AB = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

# Exercice de multiplication

## Exo 1

Calculer  $AB$  pour

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

# Le sens de la multiplication des matrices

La multiplication des matrices est conçue de façon à valider la

## Proposition

- a) La matrice de la composée de deux applications linéaires est le produit des matrices.
- b) L'application linéaire associée à un produit de matrices est la composée des applications linéaires associées.

## Exemple

$$g := (x, y) \mapsto \begin{pmatrix} x + y \\ x - y \end{pmatrix}, f := (x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} 3x + 5y + 7z \\ 2x + 2y + 2z \end{pmatrix}$$

$$h := g \circ f = (x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} 5x + 7y + 9z \\ x + 3y + 5z \end{pmatrix}.$$

$$M_f = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$M_g = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, M_h = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

## Exo 2

En passant par les matrices, calculez le composé  $f \circ g$  avec

$$f := (x, y) \mapsto (x - y, 2x - 3y, x + 3y)$$

$$g := (x, y, z) \mapsto (x + 5y + 7z, 2x + y + z).$$