

# Coordonnées

Dédou

Septembre 2009

# L'équation caractéristique des coordonnées

Les coordonnées d'un point  $M$  de notre plan favori  $\mathbb{R}^2$  dans un repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  sont deux nombres  $x$  et  $y$  qui vérifient l'équation *caractéristique des coordonnées* :

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

La recherche des coordonnées est un problème de décomposition linéaire.

## Exo 1

a) Ecrire l'équation caractéristique des coordonnées du point

$M := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  dans le repère  $(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix})$ .

b) Est-ce que ces coordonnées sont 1 et 1 ?

## Point de coordonnées données dans un repère

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

Etant donné  $x$  et  $y$ , il existe un unique point  $M$  dont les coordonnées dans notre repère soient ces deux nombres.

### Exo 2

Quel est le point de coordonnées 1 et  $-2$  dans le repère  $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ ?

## Coordonnées d'un point dans un repère

Inversement, étant donné un point  $M$  quelconque de ce plan, il existe un unique couple  $(x, y)$  de nombres vérifiant l'équation (caractéristique des coordonnées) :

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

Ces deux nombres  $x$  et  $y$  sont les coordonnées de  $M$  dans notre repère.

### Exo 3

Quelles sont les coordonnées de  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  dans le repère

$\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right)$  ?

## Ligne ou colonne des coordonnées

Plutôt que de dire

" $x$  et  $y$  sont les coordonnées de  $M$  dans ce repère",

on préfère insister sur le fait que l'ordre dans lequel on donne  $x$  et  $y$  est important et dire

" $(x, y)$  est la ligne des coordonnées de  $M$  dans ce repère",

ou encore

" $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  est la colonne des coordonnées de  $M$  dans ce repère".

# Equations vectorielles

La recherche de coordonnées consiste donc à résoudre l'équation

$$\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

où  $O, M, \vec{i}, \vec{j}$  sont connus et  $x$  et  $y$  sont les inconnues.

Il s'agit d'une équation vectorielle : on demande que deux vecteurs soient égaux.

Comment aborde-t-on une équation vectorielle ?

# L'égalité vectorielle

L'égalité des points (ou des vecteurs) du plan ne nous fait pas peur. On sait la ramener à des égalités entre nombres :

Deux points de  $\mathbb{R}^2$  sont égaux ssi

ils ont même abscisse et même ordonnée.

Autrement dit, avec la notation évidente, pour  $M$  et  $N$  quelconques dans  $\mathbb{R}^2$ ,

$$M = N \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = x_N \\ y_M = y_N \end{cases} .$$

## Exo 5

Convertissez l'équation vectorielle  $(1, x + y) = (x - y, x^2)$  en système d'équations numériques.

Pour trouver les coordonnées d'un point dans un repère,

- on écrit l'équation (vectorielle) caractéristique
- on convertit cette équation en système numérique
- on résout ce système, qui a une solution unique
- la ligne solution est la ligne de coordonnées cherchée.