

# Systèmes à deux équations et deux inconnues

Dédou

Septembre 2010

# Mon premier système

## Exo 1

Résoudre le système

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -5x + 4y = -4. \end{cases}$$

# Conjonction et intersection

Résoudre le système

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -5x + 4y = -4, \end{cases}$$

c'est calculer l'intersection de deux droites.

## Exo 2

Calculez l'intersection des deux droites d'équation  $y = 3x + 4$  et  $y = 2x - 1$ .

# La stabilité par multiplication

## Exemple

Le point  $(1, 2)$  vérifie l'équation  $2x + 3y = 8$ .

Il vérifie aussi l'équation  $4x + 6y = 16$ .

Si un point  $(x, y)$  vérifie une équation,

il vérifie aussi ses multiples.

# La stabilité par addition

## Exemple

Le point  $(1, 2)$  vérifie l'équation  $2x + 3y = 8$  et l'équation  $5x + 6y = 17$ .

Il vérifie aussi l'équation  $7x + 9y = 25$ .

Si un point  $(x, y)$  vérifie deux équations,

il vérifie aussi leur somme.

# La stabilité par combinaison linéaire

Si un point  $(x, y)$  vérifie deux équations,  
il vérifie aussi leur somme.

Si un point  $(x, y)$  vérifie une équation,  
il vérifie aussi ses multiples.

Si un point  $(x, y)$  vérifie deux équations,  
il vérifie aussi leurs combinaisons linéaires.

## Le principe de la résolution par combinaison linéaire

Pour résoudre un système, on va faire des combinaisons linéaires d'équations, et produire ainsi des équations plus simples.

# La solution par combinaison linéaire

## Exemple

Les points qui vérifient le système

$$E_1 : 3x - 2y = 1$$

$$E_2 : -5x + 4y = -4.$$

vérifient aussi les équations

$$2E_1 + E_2 : x = -2$$

$$5E_1 + 3E_2 : 2y = -7.$$

On a trouvé la condition nécessaire :

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = -7/2. \end{cases}$$

On vérifie (“facilement”) que c’est bien une solution.



## Résoudre par combinaison linéaire

## Exo 3

- a) Choisissez un entier  $m$  entre 3 et 8.  
b) Résoudre par combinaison linéaire le système

$$\begin{cases} E_1 : & mx + (m - 1)y = 2 \\ E_2 : & (m + 1)x + my = 4. \end{cases}$$

# Nombre de solutions

Un système de deux équations linéaires à deux inconnues peut avoir exactement une solution.  
mais il peut aussi en avoir moins (zéro), ou plus (une infinité).

# Systèmes insolubles

## Exemple

Le système

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = 3x + 2, \end{cases}$$

n'a pas de solution,  
les deux droites sont parallèles !

## Exo 4

Donnez un autre système qui n'a pas de solution.

# Infinité de solutions

## Exemple

Le système

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ 3x - y = -1, \end{cases}$$

a une infinité de solutions,  
les deux droites sont confondues !

## Exo 5

Donnez un autre système de deux équations distinctes ayant une infinité de solutions.