

Systemes à deux équations et trois inconnues

Dédou

Septembre 2010

Systèmes à deux équations et trois inconnues

Résoudre le système

$$\begin{cases} 3x - 2y - z = 0 \\ -5x + 4y + 4z = 0. \end{cases}$$

$$3x - 2y - z = 0 \Leftrightarrow z = 3x - 2y$$

$$-5x + 4y + 4z = 0 \Leftrightarrow z = 5x/4 - y$$

Résoudre le système

$$\begin{cases} 3x - 2y - z = 0 \\ -5x + 4y + 4z = 0, \end{cases}$$

c'est calculer l'intersection de deux plans dans l'espace \mathbb{R}^3 .

Passer de \mathbb{R}^2 à \mathbb{R}^3

Exo 6

- a) Mentionnez un point de \mathbb{R}^3 .
- b) Devinez ce qu'on appelle le repère canonique de \mathbb{R}^3 .
- c) Mentionnez un autre repère.
- d) Mentionnez un plan de \mathbb{R}^3 .
- e) Devinez ce qu'on appelle un plan de \mathbb{R}^3 .

LES solutions par combinaison linéaire

$$E_1 : 3x - 2y = z$$

$$E_2 : -5x + 4y = -4z.$$

On fait la combinaison linéaire qui vire y , c'est $2E_1 + E_2$, soit $x = -2z$.

Et celle qui vire x , c'est $5E_1 + 3E_2$, soit $2y = 7z$, ou encore $y = 7z/2$.

On a envie de dire que la solution est

$$\begin{cases} x = -2z \\ y = 7z/2. \end{cases}$$

mais qu'est-ce que ça veut dire ?

Comprendre les solutions I

$$\begin{cases} x = -2z \\ y = -7z/2. \end{cases}$$

Ce sont des formules qui donnent x et y en fonction de z . Pour chaque valeur de z , on a une solution :

pour $z = 2$ on a la solution $(-4, -7, 2)$,

pour $z = 6$ on a la solution $(-12, -21, 6)$

Exo 7

Mentionnez une troisième solution.

Comprendre les solutions II

$$\begin{cases} x = -2z \\ y = -7z/2. \end{cases}$$

On calcule l'intersection de deux plans (non parallèles)

c'est une droite.

Comprendre les solutions III

$$\begin{aligned}x &= -2z \\ y &= -7z/2.\end{aligned}$$

Pour ce système

toutes les solutions sont proportionnelles

Comprendre les solutions IV

$$\begin{cases} x = -2z \\ y = -7z/2 \end{cases}$$

On peut aussi calculer y et z en fonction de x :

$$\begin{cases} y = 7x/4 \\ z = -x/2, \end{cases}$$

ou encore x et z en fonction de y :

$$\begin{cases} x = 4y/7 \\ z = -2y/7. \end{cases}$$

Comprendre les solutions V

$$\begin{cases} x = -2z \\ y = -7z/2 \end{cases}$$

On peut encore exprimer x , y et z en fonction d'un paramètre :

$$\begin{cases} x = -2m \\ y = -7m/2 \\ z = m \end{cases}$$

ou même, tant qu'à faire :

$$\begin{cases} x = -4m \\ y = -7m \\ z = 2m \end{cases}$$