

# Droites du plan

Dédou

Septembre 2010

# Une droite, c'est quoi ? I

Une droite du plan est une partie de ce plan, mais pas n'importe laquelle : comme autres parties, il y a par exemple les demi-plans, les segments, les triangles, les cercles.

## Exo 1

- Quel genre de partie de  $\mathbb{R}^2$  est  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 3\}$  ?
- Mentionner une autre partie de  $\mathbb{R}^2$  qui n'est pas une droite.

# Une droite, c'est quoi ? II

Comme droites de  $\mathbb{R}^2$ , on connaît bien les graphes des fonctions affines.

## Exemple

Le graphe de  $x \mapsto 2x + 1$  est la droite

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2x + 1\}.$$

## Exo 2

- Mentionnez une autre droite.
- Votre droite est-elle le graphe d'une fonction ? Si oui, laquelle ?

# Graphes et fonctions

Dans le secondaire, on vous a demandé de distinguer soigneusement entre une fonction et son graphe. En vérité, une fonction n'est rien de plus que son graphe. La distinction entre graphe et fonction correspond à deux points de vue différents. Quand on parle de fonctions, on envisage d'additionner, de composer, d'évaluer, de comparer etc.

Quand on parle de graphes, on envisage les opérations qui concernent les parties : intersection, translation, etc.

On écrit les fonctions avec  $\mapsto$ , et les graphes avec  $\{\dots | \dots\}$ .

## Exemple

$x \mapsto 3x - 2$  est une fonction. Et  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = 3x - 2\}$  est son graphe.

## Exo 3

- Mentionnez une nouvelle fonction.
- Mentionnez un nouveau graphe.

## Une droite, c'est quoi ? III

Toutes les droites de  $\mathbb{R}^2$  ne sont pas des graphes,  
il y a en plus les droites verticales,

### Exemple

La droite d'équation  $x = 3$  est verticale.

### Exo 4

Donnez une formule pour une autre droite verticale.

## Une droite, c'est quoi ? IV

Au total, une droite (de  $\mathbb{R}^2$ ), c'est une partie (de  $\mathbb{R}^2$ ) de la forme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ax + by + c = 0\}$$

avec  $a, b, c$  réels et  $a$  ou  $b$  non nul.

On dit que cette droite est la droite d'équation  $ax + by + c = 0$ .

### Exemple

Le graphe de  $x \mapsto 3x + 4$  est la droite d'équation  $3x - y + 4 = 0$ .

### Exo 5

- Choisissez une autre fonction affine.
- Mettez son graphe sous la forme qu'on vient d'introduire.

# Unicité de l'équation

L'équation d'une droite n'est pas unique, même si on impose la forme  $ax + by + c = 0$ .

## Exemple

La droite d'équation  $ex + ey + 1 = 0$  a aussi pour équation  $x + y + 1/e = 0$ .

## Exo 6

- Choisissez une droite de  $\mathbb{R}^2$ .
- Donnez deux équations de votre droite.

# Résoudre une équation de droite I

## Exemple

Considérons la droite d'équation  $2x + 3y + 5 = 0$ .

Cette équation est équivalente à  $y = -2x/3 - 5/3$  (équation résolue en  $y$ )

et aussi à  $x = -3y/2 - 5/2$  (équation résolue en  $x$ ).

## Exo 7

a) Choisissez une équation de droite.

b) Donnez l'équation équivalente résolue en  $y$  (ou en  $x$ ).



## Résoudre une équation de droite II

Une équation de droite a une infinité de solutions, on ne peut pas toutes les écrire.

Résoudre une équation de droite,  
c'est choisir une inconnue qu'on exprime en fonction de l'autre.

Sauf que pour les droites horizontales ou verticales, on n'a pas le choix.