Notre plan et ses points

Dédou

Septembre 2009

Le plan $\mathbb{R}^2$, c'est quoi ?

$\mathbb{R}^2$, c'est l'ensemble dont les éléments sont les couples de nombres (réels).
On préfère dire "point" qu' "élément".
$(\sqrt{2}, \pi - 1)$ et $(-e^2, 0)$ sont des points du plan $\mathbb{R}^2$.

Exo 1

Ecrivez un point de $\mathbb{R}^2$.

Couples, ensembles, nombres réels, c'est quoi ?

Pour accoupler deux objets mathématiques, disons A et B, il suffit de deux parenthèses et une virgule, et ça donne le couple : (A, B).
On ne dit rien sur "ensemble", élément", "nombre réel".
En cas de manque, lire "Les maths, comment ça marche ?" et/ou, pour les réels, suivre l'option...

Exo 2

Ecrivez un couple de points de $\mathbb{R}^2$.

Les autres plans

Il y a d'autres plans que $\mathbb{R}^2$, par exemple le plan Q d'équation $z = x + y + 1$ dans $\mathbb{R}^3$.
Dans tout plan P, on peut choisir un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Une fois ce choix fait, se donner un point de P, c'est pareil que se donner son couple de coordonnées, donc c'est pareil que se donner un point de $\mathbb{R}^2$.

Exo 3

a) Mentionner un point de $\mathbb{R}^3$ qui est dans le plan Q, et un qui n'y est pas.
b) Mentionner un autre plan.

Notation pour les parties

Avec nos potes, on n'aime pas être obligé de dire
"le plan Q d'équation $z = x + y + 1$ dans $\mathbb{R}^3$".
On préfère pouvoir donner une formule. Dans le cas présent, la formule est

$$Q := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = x + y + 1\}$$

qui se lit :
"l'ensemble des points x y z de $\mathbb{R}^3$ vérifiant $z = x + y + 1$."

Exo 4

Mentionner un nouveau plan de $\mathbb{R}^3$.

Repères de $\mathbb{R}^2$

Pour faire un repère d'un plan comme $\mathbb{R}^2$, on choisit d'abord un point du plan, par exemple $O := (-\pi, e)$, puis deux vecteurs (non colinéaires), par exemple $\vec{i} := (0, 1)$ et $\vec{j} := (1 - \pi, \cos e)$.

Exo 5

Mentionnez un repère de $\mathbb{R}^2$.

Points, vecteurs, origines

Dans le secondaire, on a soigneusement évité de confondre points et vecteurs.
Mais lorsque par exemple dans un plan on dispose d'une "origine" O, on peut identifier tout vecteur $\vec{AB}$ avec l'unique point V vérifiant $\vec{AB} = \vec{OV}$.
Dans $\mathbb{R}^2$, on prend pour origine $0 = (0, 0)$ et dans $\mathbb{R}^3$, on prend $0 = (0, 0, 0)$.

Exo 6

Mentionnez deux points A et B de $\mathbb{R}^2$ et calculez le point qu'on identifie à $\vec{AB}$.

Le miracle du repère canonique

Dans $\mathbb{R}^2$ par exemple, on a un repère préféré, qu'on appelle le repère canonique, c'est

$$(0; (1, 0), (0, 1)).$$

Le miracle du repère canonique, c'est que le couple des coordonnées de (x, y) dans ce repère, c'est justement (x, y).

Exo 7

Choisissez un nouveau point de $\mathbb{R}^2$. Quel est son couple de coordonnées dans le repère canonique ?

Lignes et colonnes

Le repère

$$(0; (1,0), (0,1))$$

est écrit sur une ligne. Souvent, on préfère utiliser les deux dimensions. On écrit les vecteurs en colonnes, et par exemple le repère canonique devient

$$(0; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}).$$

Exo 8

Réécrivez votre repère de l'exo 5 en utilisant la dimension verticale.