

Matrices canoniques des applications linéaires

Dédou

Novembre 2010

Rappel : matrice d'un système linéaire

La matrice du système aux trois inconnues x, y, z :

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 4 \\ 4x + 6y + 7z = 0 \end{cases}$$

c'est

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Exo 1

Ecrivez votre système linéaire préféré de trois équations à deux inconnues, puis sa matrice.

Matrice d'une application linéaire

La matrice de l'application linéaire

$$(x, y, z) \mapsto \begin{pmatrix} 2x + 3y + 5z \\ 4x + 6y + 7z \end{pmatrix}$$

c'est aussi

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

Exo 2

Ecrivez votre application linéaire préférée de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^3 , puis sa matrice.

Application linéaire déterminée par une matrice

L'application linéaire est déterminée par sa matrice
et la matrice tient beaucoup moins de place.

Exo 3

Ecrivez l'application linéaire de matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Nombre de lignes et de colonnes

La matrice d'une application linéaire de \mathbb{R}^q dans \mathbb{R}^p a p lignes et q colonnes.

C'est pour ça qu'on a toujours mis q avant p .

Exo 4

Combien de lignes a la matrice d'une application linéaire de \mathbb{R}^7 dans \mathbb{R}^9 ?

Colonnes de la matrice d'une application linéaire

La première colonne de la matrice de l'application linéaire f c'est l'image par f du premier vecteur de la base canonique.

Précision

si par exemple f "va" de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^3 , il s'agit évidemment de la base canonique de \mathbb{R}^2 .

Exo 5

Soit f une application linéaire de \mathbb{R}^3 dans \mathbb{R}^4 . Que diriez-vous de sa deuxième colonne ?