

Calculer une combinaison linéaire

Dédou

Septembre 2011

Mon premier exemple de combinaison linéaire

Considérons les trois vecteurs de \mathbb{R}^3

$$A := (1, 0, 0) \quad B := (0, 1, 0) \quad C := (2, -3, 0).$$

On a

$$2A - 3B = C$$

et on dit que

C est **combinaison linéaire** de A et B .

Dans cette combinaison linéaire,

- A et B sont les vecteurs combinés et
- 2 et -3 sont les coefficients.

Mon deuxième exemple de combinaison linéaire

Considérons les trois équations linéaires :

$$A := (x + 2y = 3) \quad B := (3x - y = 0) \quad C := (-7x + 7y = 6).$$

On a

$$2A - 3B = C$$

et on dit que

C est **combinaison linéaire** de A et B .

Dans cette combinaison linéaire,

- A et B sont les équations combinées et
- 2 et -3 sont les coefficients.

Mon troisième exemple de combinaison linéaire

Considérons les quatre vecteurs de \mathbb{R}^2 :

$$A := (1, 1) \quad B := (2, 2) \quad C := (3, 3) \quad D := (13, 13).$$

On a

$$D = A + 2B + 3C$$

et on dit que

D est **combinaison linéaire** de A , B et C .

Dans cette combinaison linéaire,

- A , B et C sont les vecteurs combinés et
- 1, 2 et 3 sont les coefficients.

Mon premier calcul de combinaison linéaire

Exemple 1

Calcul de $V := 3(4, 5) - 6(7, 8)$.

Les coordonnées x et y de V vérifient

$$x = 3 \times 4 - 6 \times 7 = -30$$

et

$$y = 3 \times 5 - 6 \times 8 = -33.$$

On a donc

$$V = (-30, -33).$$

Ton premier calcul de combinaison linéaire

Exo 1

Calculer $V := 2(-1, 5) - 3(7, 0)$.

Exo 2

Calculer la combinaison linéaire de $(1, 2)$ et $(3, -1)$ à coefficients 2 et -1 .

Combinaison linéaire abstraite

Considérons quatre vecteurs M, A, B, C dans notre espace vectoriel favori (\mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 par exemple).

On dit que M est combinaison linéaire de A, B et C ssi

M est de la forme $aA + bB + cC$, avec a, b, c réels.

On sait dire ça de trois autres façons :

- on peut trouver trois nombres a, b, c vérifiant $M = aA + bB + cC$,
- il existe trois réels a, b, c vérifiant $M = aA + bB + cC$.
-

$$\exists a, b, c \in \mathbb{R}, M = aA + bB + cC.$$

La dernière version est dite formelle : ce n'est qu'un abrégé de la précédente.