

Systemes à deux équations et deux inconnues

Dédou

Septembre 2011

La méthode bourrin : exemple

Résoudre le système

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -5x + 4y = -4. \end{cases}$$

Je réduis les deux équations à

$$\begin{cases} y = \frac{3x}{2} - \frac{1}{2} \\ y = \frac{5x}{4} - 1. \end{cases}$$

et je sais résoudre ce nouveau système.

Exo 1

Résoudre par la méthode bourrin le système

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ -5x + 4y = 1. \end{cases}$$

La méthode bourrin : conclusion

La méthode bourrin demande des calculs avec plein de dénominateurs.

On veut une méthode avec des calculs moins pénibles.

La stabilité par multiplication

Exemple

Le point $(1, 2)$ vérifie l'équation $2x + 3y = 8$.

Il vérifie aussi l'équation $4x + 6y = 16$.

Si un point (x, y) vérifie une équation,

il vérifie aussi ses multiples.

La stabilité par addition

Exemple

Le point $(1, 2)$ vérifie l'équation $2x + 3y = 8$ et l'équation $5x + 6y = 17$.

Il vérifie aussi l'équation $7x + 9y = 25$.

Si un point (x, y) vérifie deux équations,

il vérifie aussi leur somme.

La stabilité par combinaison linéaire

Si un point (x, y) vérifie deux équations,
il vérifie aussi leur somme.

Si un point (x, y) vérifie une équation,
il vérifie aussi ses multiples.

Si un point (x, y) vérifie deux équations,
il vérifie aussi leurs combinaisons linéaires.

Le principe de la résolution par combinaison linéaire

Pour résoudre un système, on va faire des combinaisons linéaires d'équations, et produire ainsi des équations plus simples.

Equations horizontales et verticales

On dira qu'une équation "sans x " est horizontale, et qu'une équation "sans y " est verticale.

Combinaison linéaire horizontale : exemple

Face au système

$$\begin{cases} (E1) & 3x - 2y = 1 \\ (E2) & -5x + 4y = -4. \end{cases}$$

je fais la combinaison linéaire $5E1 + 3E2$ et j'obtiens l'équation

$$2y = -7$$

qui est horizontale.

Exo 2

Trouver une combinaison linéaire verticale des deux équations

$$\begin{cases} (E1) & 4x - 3y = 1 \\ (E2) & 5x + 4y = -4. \end{cases}$$

Résolution par combinaison linéaire : exemple

Face au système

$$\begin{cases} (E1) & 3x - 2y = 1 \\ (E2) & -5x + 4y = -4. \end{cases}$$

je fais la combinaison linéaire $5E1 + 3E2$ qui est horizontale, et la combinaison linéaire $2E1 + E2$ qui est verticale. J'obtiens le système

$$\begin{cases} (E1) & 2y = -7 \\ (E2) & x = -2. \end{cases}$$

D'où la solution

$$\left(-2, -\frac{7}{2}\right).$$

Exo 3

Résoudre par combinaison linéaire le système

$$\begin{cases} (E1) & 2x + 3y = 1 \\ (E2) & 3x + 4y = 5. \end{cases}$$