

Droites du plan

Dédou

Septembre 2011

Une droite, c'est quoi ? I

Une droite du plan est une partie de ce plan, mais pas n'importe laquelle : comme autres parties, il y a par exemple les demi-plans, les segments, les triangles, les cercles.

Exo oral

- Quel genre de partie de \mathbb{R}^2 est $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 3\}$?
- Mentionner une autre partie de \mathbb{R}^2 qui n'est pas une droite.

Une droite, c'est quoi ? II

Comme droites de \mathbb{R}^2 , on connaît bien les graphes des fonctions affines.

Exemple

Le graphe de

$$x \mapsto 2x + 1$$

est la droite d'équation

$$y = 2x + 1.$$

Fonctions et graphes

Dans le secondaire, on vous a demandé de distinguer soigneusement entre une fonction et son graphe. En vérité, une fonction n'est rien de plus que son graphe. La distinction entre graphe et fonction correspond à deux points de vue différents. Quand on parle de fonctions, on envisage d'additionner, de composer, d'évaluer, de comparer etc. Quand on parle de graphes, on envisage les opérations qui concernent les parties : intersection, translation, etc.

Fonctions et graphes : écriture

On écrit les fonctions avec \mapsto ,
et les graphes avec $\{\dots | \dots\}$.

Exemples

$$x \mapsto 3x - 2$$

est une fonction. Et

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y = 3x - 2\}$$

est son graphe.

Equation des graphes : exemple

On sait donc donner une équation pour le graphe d'une fonction.

Exemple

Le graphe de la fonction

$$x \mapsto 3x - 2$$

est la droite d'équation

$$y = 3x - 2.$$

Equation des graphes : exo

Exo 1

Donner une équation du graphe de $x \mapsto -2x + 3$.

Reconnaître un graphe

Inversement, étant donné une droite par une équation, on peut y reconnaître le graphe d'une fonction.

Exemple

La droite d'équation

$$2x + 3y + 4 = 0$$

est le graphe de la fonction

$$x \mapsto -\frac{2x}{3} - \frac{4}{3}.$$

Exo 2

Donner une fonction dont la droite d'équation

$$5x - 2y - 4 = 0$$

est le graphe.

Une droite, c'est quoi ? III

Toutes les droites de \mathbb{R}^2 ne sont pas des graphes,
il y a en plus les droites verticales,

Exemple

La droite d'équation $x = 3$ est verticale.

Une droite, c'est quoi ? IV

Au total, une droite (de \mathbb{R}^2), c'est une partie (de \mathbb{R}^2) de la forme

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ax + by + c = 0\}$$

avec a, b, c réels et **a ou b non nul**.

On dit que cette droite est la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Unicité de l'équation I

L'équation d'une droite n'est pas unique, même si on impose la forme $ax + by + c = 0$.

Exemple

La droite d'équation $x + 2y + 3 = 0$ a aussi pour équation $2x + 4y + 6 = 0$.

Exo oral

- Choisissez une droite de \mathbb{R}^2 .
- Donnez deux équations de votre droite.

Unicité de l'équation II

L'équation d'une droite devient unique, si on impose la forme $y = ax + b$.

Mais cette forme ne convient pas à toutes les droites : plus précisément les droites verticales n'ont pas d'équation de cette forme.