

# Résolution des équations linéaires à deux variables

Dédou

Septembre 2011

# Résoudre une équation de droite

Une équation de droite a une infinité de solutions, on ne peut pas toutes les écrire.

Résoudre une équation de droite,  
c'est choisir une inconnue qu'on exprime en fonction de l'autre.

On dit que la première est notre inconnue **principale** et que la seconde est notre inconnue **secondaire**.

Sauf que pour les droites horizontales ou verticales, on n'a pas le choix.

# Résoudre en $y$ une équation de droite

## Exemple

Considérons la droite d'équation

$$2x + 3y + 5 = 0.$$

Cette équation est équivalente à

$$y = -2x/3 - 5/3.$$

C'est l'équation **résolue en  $y$**  de cette droite.

## Exo 1

Donner l'équation résolue en  $y$  de la droite d'équation

$$5x - 3y - 4 = 0.$$

# Résoudre en $x$ une équation de droite

## Exemple

Considérons de nouveau la droite d'équation

$$2x + 3y + 5 = 0.$$

Cette équation est équivalente à

$$x = -3y/2 - 5/2.$$

C'est l'équation **résolue en**  $x$  de cette droite.

## Exo 2

Donner l'équation résolue en  $x$  de la droite d'équation

$$5x - 3y - 4 = 0.$$

# Résoudre une équation de droite : existence

Pour les droites horizontales

on doit prendre  $y$  comme inconnue principale.

Exemple

La droite d'équation

$$3y + 4 = 0$$

est horizontale. Son équation résolue en  $y$  est

$$y = -\frac{4}{3}.$$

Exo 3

Ecrire une équation résolue de la droite d'équation  $4x - 3 = 0$ .

# Résoudre une équation de droite : unicité

Une droite a au plus

une équation résolue en  $x$  et une équation résolue en  $y$ .

C'est pour ça qu'on parle de l'équation résolue en  $x$  ou l'équation résolue en  $y$  d'une droite.

# Résoudre une équation de droite avec paramètre l

## Exo résolu

Pour quelles valeurs du paramètre  $m$  l'équation

$$(m + 1)x + (m^2 - 1)y + m = 0$$

définit-elle une droite ?

## Réponse

les coefficients  $m + 1$  et  $m^2 - 1$  de  $x$  et  $y$  dans l'équation donnée ne s'annulent ensemble que pour  $m = -1$ . Donc c'est pour  $m \neq -1$  que cette équation définit bien une droite.

# Résoudre une équation de droite avec paramètre II

## Exo résolu

Pour les valeurs adéquates du paramètre  $m$ , résoudre en  $y$  l'équation

$$(m + 1)x + (m^2 - 1)y + m = 0.$$

## Réponse

c'est pour  $m$  différent de 1 et de  $-1$  que le coefficient  $m^2 - 1$  de  $y$  dans l'équation est non-nul, et qu'on peut résoudre cette équation en  $y$ . Pour ces valeurs de  $m$ , on trouve

$$y = -\frac{x}{m - 1} - \frac{m}{m^2 - 1}.$$



## Résoudre une équation de droite avec paramètre III

### Exo 4

- a) Pour quelles valeurs du paramètre  $m$  l'équation  $(m + 1)x + (m - 1)y + m = 0$  définit-elle une droite ?
- b) Pour les valeurs adéquates du paramètre  $m$ , résoudre cette équation en  $x$ .

# Equation dégénérée I

## Exo résolu

Résoudre l'équation

$$(m + 1)x + (m^2 - 1)y + m = 0$$

pour  $m = -1$ .

## Réponse

Pour  $m = -1$  l'équation devient  $0 = -1$ . Elle n'a pas de solution. Autrement dit l'ensemble de ses solutions est vide.

## Equation dégénérée II

### Exo résolu

Résoudre l'équation

$$(m + 1)x + (m^2 - 1)y + m - 1 = 0$$

pour  $m = -1$ .

### Réponse

Pour  $m = -1$  l'équation devient  $0 = 0$ . L'ensemble de ses solutions est le plan  $\mathbb{R}^2$  tout entier.

# Résoudre une équation avec paramètre

## Exo 5

Résoudre, selon la valeur du paramètre  $m$ , l'équation

$$(m - 1)x + (m^2 - 1)y + m^3 - 1 = 0.$$