

Gauss pour les systèmes trois-trois

Dédou

Octobre 2011

L'idée de Gauss

On remplace un système pas facile par un système facile équivalent qu'on résout...

Rappel

On dit que deux systèmes sont *équivalents* s'ils ont les mêmes solutions.

Le second principe fondamental des systèmes d'équations

Le second principe fondamental des systèmes d'équations s'énonce comme suit :

On ne change pas les solutions d'un système

- en multipliant une équation par un nombre *non-nul*;
- en ajoutant à une équation un multiple d'une autre.

En pratique

Si, dans notre système S on fait

$$E_i := aE_i + bE_j$$

avec $a \neq 0$ et $j \neq i$,

on obtient un nouveau système équivalent à S .

La méthode de Gauss

La méthode de Gauss pour nos systèmes consiste à appliquer le second principe fondamental pour remplacer le système donné par un système facile équivalent. Comment ?

Virer une inconnue d'une équation : exemple

Pour virer une inconnue de l'équation E_i on fait $E_i := aE_i + bE_j$ avec a, b, j bien choisis (a non nul!).

Exo résolu

Virer y de la deuxième équation du système S :

$$\begin{cases} 3x + 4y + z = 1 \\ 2x + 7y + z = 1 \\ 5x + 3z = 2 \end{cases}$$

Virer une inconnue d'une équation : exo

Exo 1

Virer z de la troisième équation du système S :

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 1 \\ 2x + 7y + 3z = 1 \\ 5x + y + 5z = 2 \end{cases}$$

Rendre facile un système : exemple

Pour rendre un système facile,

- on choisit une équation “principale” et une inconnue “principale” qui “apparaît” dans cette équation et
- on retire cette inconnue des autres équations.

Exo résolu

Rendre facile le système S :

$$\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 1 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ 5x + 2y + 3z = 2 \end{cases}$$

Rendre facile un système : exo

Exo 2

Rendre facile le système S :

$$\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 1 \\ \quad 2x + 4z = 1 \\ 5x + 2y + 3z = 2 \end{cases}$$

Résoudre un système : exemple

Exo résolu

Résoudre le système S :

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 1 \\ 2x + 7y + 3z = 1 \\ 5x + y + 5z = 2 \end{cases}$$

Exo 3

Résoudre le système S :

$$\begin{cases} 5x + 4y + 2z = 1 \\ 2x + 2y - z = 1 \\ 2x + 3y + 3z = 2 \end{cases}$$