

# Calculer une combinaison linéaire

Dédou

Septembre 2012

# Mon premier exemple de combinaison linéaire

Considérons les trois vecteurs de  $\mathbb{R}^3$

$$A := (1, 0, 0) \quad B := (0, 1, 0) \quad C := (2, -3, 0).$$

On a

$$2A - 3B = C$$

et on dit que

$C$  est **combinaison linéaire** de  $A$  et  $B$ .

Dans cette combinaison linéaire,

- $A$  et  $B$  sont les vecteurs combinés et
- 2 et  $-3$  sont les coefficients.

## Mon deuxième exemple de combinaison linéaire

Considérons les trois équations linéaires :

$$A := (x + 2y = 3) \quad B := (3x - y = 0) \quad C := (-7x + 7y = 6).$$

On a

$$2A - 3B = C$$

et on dit que

$C$  est **combinaison linéaire** de  $A$  et  $B$ .

Dans cette combinaison linéaire,

- $A$  et  $B$  sont les équations combinées et
- 2 et  $-3$  sont les coefficients.

## Mon troisième exemple de combinaison linéaire

Considérons les quatre vecteurs de  $\mathbb{R}^2$  :

$$A := (1, 1) \quad B := (2, 2) \quad C := (3, 3) \quad D := (13, 13).$$

On a

$$D = A + 2B + 3C$$

et on dit que

$D$  est **combinaison linéaire** de  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

Dans cette combinaison linéaire,

- $A$ ,  $B$  et  $C$  sont les vecteurs combinés et
- 1, 2 et 3 sont les coefficients.

# Mon premier calcul de combinaison linéaire

## Exemple 1

Calcul de  $V := 3(4, 5) - 6(7, 8)$ .

Les coordonnées  $x$  et  $y$  de  $V$  vérifient

$$x = 3 \times 4 - 6 \times 7 = -30$$

et

$$y = 3 \times 5 - 6 \times 8 = -33.$$

On a donc

$$V = (-30, -33).$$

# Ton premier calcul de combinaison linéaire

Exo oral

Calculer  $V := 2(-1, 5) - 3(7, 0)$ .

# Combinaison linéaire abstraite

Considérons quatre vecteurs  $M, A, B, C$  dans notre espace vectoriel favori ( $\mathbb{R}^2$  ou  $\mathbb{R}^3$  par exemple).

On dit que  $M$  est combinaison linéaire de  $A, B$  et  $C$  ssi

$M$  est de la forme  $aA + bB + cC$ , avec  $a, b, c$  réels.

On sait dire ça de trois autres façons :

- on peut trouver trois nombres  $a, b, c$  vérifiant  $M = aA + bB + cC$ ,
- il existe trois réels  $a, b, c$  vérifiant  $M = aA + bB + cC$ .
- 

$$\exists a, b, c \in \mathbb{R}, M = aA + bB + cC.$$

La dernière version est dite formelle : ce n'est qu'un abrégé de la précédente.

### Exo écrit

Calculer la combinaison linéaire de  $(1, 2)$  et  $(-3, 1)$  à coefficients 2 et  $-1$ .