

Notre plan et ses points

Dédou

Septembre 2012

Le plan \mathbb{R}^2 , c'est quoi ?

\mathbb{R}^2 , c'est l'ensemble dont les éléments sont les couples de nombres (réels).

On préfère dire "point" qu' "élément".

$(\sqrt{2}, \pi - 1)$ et $(-e^2, 0)$ sont des points du plan \mathbb{R}^2 .

Exo oral

Ecrivez un point de \mathbb{R}^2 .

Couples, ensembles, nombres réels, c'est quoi ?

Pour accoupler deux objets mathématiques, disons A et B , il suffit de deux parenthèses et une virgule, et ça donne le couple : (A, B) .
On ne dit rien sur "ensemble", "élément", "nombre réel".
En cas de manque, lire "Les maths, comment ça marche?" et/ou, pour les réels, suivre l'option...

Exo oral

Ecrivez un couple de points de \mathbb{R}^2 .

Les autres plans

Il y a d'autres plans que \mathbb{R}^2 , par exemple le plan Q d'équation $z = x + y + 1$ dans \mathbb{R}^3 .

Dans tout plan P , on peut choisir un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Une fois ce choix fait, se donner un point de P , c'est pareil que se donner son couple de coordonnées, donc c'est pareil que se donner un point de \mathbb{R}^2 .

Exo oral

- Mentionner un point de \mathbb{R}^3 qui est dans le plan Q , et un qui n'y est pas.
- Mentionner un autre plan.

Notation pour les parties

Avec nos potes, on n'aime pas être obligé de dire

"le plan Q d'équation $z = x + y + 1$ dans \mathbb{R}^3 ".

On préfère pouvoir donner une formule. Dans le cas présent, la formule est

$$Q := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x + y + 1\}$$

qui se lit :

"l'ensemble des points x y z de \mathbb{R}^3 vérifiant $z = x + y + 1$."

Exo oral

Mentionner un nouveau plan de \mathbb{R}^3 .

Pour faire un repère d'un plan comme \mathbb{R}^2 , on choisit d'abord un point du plan, par exemple $O := (-\pi, e)$, puis deux vecteurs (non colinéaires), par exemple $\vec{i} := (0, 1)$ et $\vec{j} := (1 - \pi, \cos e)$.

Exo oral

Mentionnez un repère de \mathbb{R}^2 .

Points, vecteurs, origines

Dans le secondaire, on a soigneusement évité de confondre points et vecteurs.

Mais lorsque par exemple dans un plan on dispose d'une "origine" O , on peut identifier tout vecteur \vec{AB} avec l'unique point V vérifiant $\vec{AB} = \vec{OV}$.

Dans \mathbb{R}^2 , on prend pour origine $0 = (0, 0)$ et dans \mathbb{R}^3 , on prend $0 = (0, 0, 0)$.

Exo oral

Mentionnez deux points A et B de \mathbb{R}^2 et calculez le point qu'on identifie à \vec{AB} .

Le miracle du repère canonique

Dans \mathbb{R}^2 par exemple, on a un repère préféré, qu'on appelle le repère canonique, c'est

$$(0; (1, 0), (0, 1)).$$

Le miracle du repère canonique, c'est que le couple des coordonnées de (x, y) dans ce repère, c'est justement (x, y) .

Exo oral

Choisissez un nouveau point de \mathbb{R}^2 . Quel est son couple de coordonnées dans le repère canonique ?

Le repère

$$(0; (1, 0), (0, 1))$$

est écrit sur une ligne. Souvent, on préfère utiliser les deux dimensions. On écrit les vecteurs en colonnes, et par exemple le repère canonique devient

$$(0; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}).$$