

Résolution d'une équation linéaire à une inconnue

Dédou

Septembre 2012

Le cas réglo

L'équation linéaire (normale)

$$ax = b$$

où a est un réel non nul admet une unique solution $\frac{b}{a}$.

Son ensemble de solutions est l'ensemble à un élément

$$\left\{\frac{b}{a}\right\}.$$

(à ne pas confondre avec son unique élément)

Question : résoudre l'équation $3x = 4$.

Réponse. Cette équation admet $\frac{4}{3}$ comme unique solution. On peut le dire de façon plus pédante : son ensemble de solutions est $\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

Le cas impossible

L'équation linéaire (normale)

$$0x = b$$

autrement dit

$$0 = b$$

où b est un réel non nul n'admet aucune solution.

Son ensemble de solutions est l'ensemble vide \emptyset
à ne pas trop confondre avec 0.

Question : résoudre l'équation $0 = 4$.

Réponse. Cette équation n'admet aucune solution. On peut le dire de façon plus pédante : son ensemble de solutions est vide.

Exo corrigé

Question : résoudre l'équation $(m - 1)x = m + 1$ en l'inconnue x (m est donc un paramètre).

Réponse. Pour $m \neq 1$, cette équation admet $\frac{m+1}{m-1}$ comme unique solution. Pour $m = 1$, on parle de l'équation $0 = 2$, qui n'admet aucune solution.

L'équation linéaire (normale)

$$0x = 0$$

autrement dit

$$0 = 0$$

admet tout nombre réel comme solution.

Son ensemble de solutions est l'ensemble \mathbb{R} tout entier.

Une équation linéaire à une inconnue, ça a

- soit zéro solution
- soit une solution
- soit une infinité de solutions.

Mais jamais deux solutions par exemple !

On rencontrera des choses comme ça plus loin.

Exo

Combien l'équation $(m^2 - 1)x = m + 1$ en l'inconnue x admet-elle de solutions (m est donc un paramètre) ?