Récursion

Dédou

Mars 2012

Induction et récursion

L'induction permet de prouver qu'un énoncé est vrai pour tout n. La récursion permet de définir une suite (pour tout n). Récursion est le mot savant pour "construction par récurrence".

La recette

Pour définir une application u de $\mathbb{N}$ vers E,

il suffit de préciser
la valeur de u_0 et de donner, pour tout n,
une formule pour u_{n+1} en fonction de u_n et n.

Exemple

On spécifie une suite u par les deux conditions
i) $u_0 = 1$
ii) Pour tout n, $u_{n+1} = 2u_n$.

Exemple

Exemple

On spécifie la suite factorielle par les deux conditions
i) $0! = 1$
ii) Pour tout n, $(n+1)! = n!(n+1)$.

Le principe de récursion

Théorème

Etant donné un ensemble E, un élément a de E et une application $r : \mathbb{N} \times E \to E$, il existe une unique suite $u : \mathbb{N} \to E$ vérifiant les deux conditions :

i) $u_0 = a$

ii) Pour tout n, $u_{n+1} = r(n, u_n)$.

Et ça se prouve !