

# Les deux tactiques OuB

Dédou

Mars 2013

# La tactique OuBP “payante”

## La tactique OuBP

- le sens de cette tactique est que, pour prouver  $A$  or  $B$ , il suffit de prouver  $A$  ou de prouver  $B$
- elle s'applique lorsque le but courant est de la forme  $A$  or  $B$
- elle a un argument qui est soit gauche soit droite.
- elle remplace l'objectif courant  $(C \vdash A \text{ or } B)$  par  $(C \vdash A)$  si son argument est gauche et par  $(C \vdash B)$  si son argument est droite
- elle n'est pas gratuite : si on a choisi le mauvais côté, ça peut se payer cash !
- par exemple dans le cas de l'argument droit, on peut écrire :  
Nous devons prouver  $A$  or  $B$ . Pour cela, prouvons  $B$ . ...

# Exemple pour les tactiques Ou I

## Exemple

Je cherche à montrer que la composée de deux fonctions monotones est monotone.

Mon séquent courant est

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f \text{ monotone}, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g \text{ monotone} \vdash f \circ g \text{ monotone}$

J'explicité l'hypothèse “ $f$  monotone” en

“ $f$  est croissante ou  $f$  est décroissante”

et j'applique la tactique OuC.

Mon séquent courant devient :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f \text{ croissante}, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g \text{ monotone} \vdash f \circ g \text{ monotone}$

## Exo

Cette dernière tactique a mis un nouvel séquent en attente.

Lequel ?

## Exemple pour les tactiques Ou II

### Exemple

Je continue à montrer que la composée de deux fonctions monotones est monotone.

Mon séquent courant est :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f$  croissante,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g$  monotone  $\vdash f \circ g$  monotone

J'explique l'hypothèse "g monotone" et je refais OuC.

Mon séquent courant devient :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f$  croissante,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g$  croissante  $\vdash f \circ g$  monotone

### Exo

Cette dernière tactique a mis un nouvel séquent en attente.

Lequel ?

## Exemple pour les tactiques Ou III

### Exemple

Je continue à montrer que la composée de deux fonctions monotones est monotone.

Mon séquent courant est :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f$  croissante,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g$  croissante  $\vdash f \circ g$  monotone

J'explicité le but " $f \circ g$  monotone" en

" $f \circ g$  est croissante ou  $f \circ g$  est décroissante".

Je vois que je peux montrer que  $f \circ g$  est croissante, et je fais la tactique OuBP ("choix gauche")

Mon séquent courant devient :

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f$  croissante,  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g$  croissante  $\vdash f \circ g$  croissante

### Exo

Expliquer pourquoi, si j'avais commencé par faire OuBP avant de faire mes deux OuC, j'aurais perdu.

# La tactique Ou au but gratuite

## La tactique OuBG

- le sens de cette tactique est que, pour prouver  $A$  or  $B$ , il suffit de prouver de prouver  $B$  en supposant  $A$  faux, ou alors de prouver  $A$  en supposant  $B$  faux
- elle s'applique lorsque le but courant est de la forme  $A$  or  $B$
- elle a un argument qui est soit gauche soit droite.
- elle remplace le séquent courant  $C \vdash A \text{ or } B$   
si son argument est gauche par  $C, \overline{B} \vdash A$   
et si son argument est droite par  $C, \overline{A} \vdash B$
- celle-ci est gratuite
- par exemple dans le cas de l'argument droit, on peut écrire :  
Supposons que  $A$  est faux, et prouvons  $B$  ...

Cette tactique est plus forte que l'autre, mais dans nos preuves on pense plutôt à l'autre.

# La logique linéaire

La logique linéaire est une logique en vogue dont une caractéristique cruciale est qu'elle distingue soigneusement le OuB gratuit du OuB payant (et introduit une distinction analogue pour EtB).

Exo

La tactique EtC est gratuite. Expliquer ce que devrait être la tactique EtCP payante.