

Applications linéaires

1. Interro :

(a) Ecrivez l'application linéaire de matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

(b) Trouver la matrice de l'application linéaire $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ vérifiant

$$f(2, 1, 3) = (1, 0), f(1, 0, 0) = (1, 1), f(0, 0, 1) = (1, -1).$$

(c) Exprimez l'ensemble S des solutions du système

$$\begin{cases} 3y + 4z = 0 \\ x - z - t = 0 \end{cases}$$

comme noyau.

(d) Donnez la dimension, une base, et un système d'équations pour l'image de

$$(x, y, z) \mapsto (x + 2y + 3z + 4t, y + z + t, x + z + 2t, x - y + t).$$

2. Indiquer une application linéaire dont le sous-espace suivant est l'image :

$$\begin{aligned} &\langle (1, 2, 3), (2, 3, 4) \rangle, && \langle (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 5, 7) \rangle, && \langle (1, 2, 3, 4), (2, 3, 4, 0) \rangle, \\ &\langle (1, 2, 3, 4), (2, 3, 4, 0), (0, 0, 0, 1) \rangle, && \langle (1, 2, 3, 4), (1, 2, 3, 4) \rangle. \end{aligned}$$

3. Donner une application linéaire dont l'image est l'ensemble des solutions du système suivant :

$$\begin{cases} 2x + y - z - t = 0 \\ 2y + z + t = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z + 2t = 0 \\ 3x + y = 0 \\ 3y + t = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y - z + 2t = 0 \\ 3y + z = 0 \\ 4x + y - z + 4t = 0 \end{cases}.$$

4. Trouver l'application linéaire $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^4$ vérifiant

$$f(1, 2, 3) = (0, 0, 0, 0), f(1, 0, 2) = (1, 1, 1, 0), f(0, 0, 1) = (1, 0, 0, -1).$$