L1 Algèbre Exos9 : 17/11/11

Sous-espaces affines

1. **Interro**
   (a) Traduire en système linéaire l'équation aux antécédents de $(3, 2, 1)$ par
   $$(x, y) \mapsto (x - y, 2x - 3y, x + y).$$
   (b) Interpréter comme équations aux antécédents le système suivant :
   $$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x - z = 7. \end{cases}$$
   (c) Trouver un repère cartésien du sous-espace affine des solutions du système de deux équations à quatre inconnues :
   $$\begin{cases} x + y + z + 3t = 3 \\ x + 2y + 3z + 4t = 4. \end{cases}$$
2.
   Soit$P$ le plan des solutions du système de deux équations à quatre inconnues :
   $$\begin{cases} x + 3y + z + 3t = 3 \\ x + 2y + 3z + 4t = 4. \end{cases}$$
   Donner un système d'équations du plan parallèle à P passant par $(1, 2, 3, 4)$.
   Est-il vrai qu'il existe un vecteur v de $\mathbf{R^2}$ tel que, pour tout réel a, le système (v, w) soit une base de $\mathbf{R^2}$, avec $w = (1, a)$? $w = (\cos a, \sin a)$? Dessiner.
3. Donner une base de $\mathbf{R^2}$ commençant par $(1, 2)$.
4. Combien y a-t-il de vecteurs de $\mathbf{R^2}$ dont les coordonnées sont soit 1 soit -1 ?
5. Combien y a-t-il de bases de $\mathbf{R^2}$ dont les coordonnées de tous les vecteurs sont soit 1 soit -1 ?
6. Mêmes questions avec 1 et 0.
7. Mêmes questions avec 1 et 2.
8. Mêmes questions avec deux nombres quelconques a et b.
9. Est-il vrai qu'il existe un vecteur v de $\mathbf{R^2}$ tel que, pour tout réel a, le système $(v, (1, a))$ soit une base de $\mathbf{R^2}$? Dessiner.
10. Est-il vrai qu'il existe un vecteur v de $\mathbf{R^2}$ tel que, pour tout réel a, le système $(v, (\cos a, \sin a))$ soit une base de $\mathbf{R^2}$? Dessiner.
11. Montrer que, pour tout réel a, il existe un vecteur v de $\mathbf{R^2}$ tel que le système $(v, (\cos a, \sin a))$ soit une base de $\mathbf{R^2}$.
12. On considère le système de trois vecteurs dépendant du paramètre réel x : $((1, x), (1, 1), (1, -x))$.
    Peut-on, pour tout x, choisir deux de ces trois vecteurs formant une base de $\mathbf{R^2}$?
13. Peut-on choisir deux de ces trois vecteurs formant, pour tout x, une base de $\mathbf{R^2}$?