

Applications linéaires

1. Interro

(a) Traduire en un système l'équation aux antécédents de $a := (-1, 3)$ par $f := (x, y, z) \mapsto (x + 3y + z, 5x + y - 2z)$.

(b) Interpréter comme équation aux antécédents le système de trois équations à deux inconnues

$$\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 5x + 6y = 7 \\ 8x + 9y = 0. \end{cases}$$

(c) Calculer la matrice de l'application linéaire $(x, y) \mapsto (x + 2y, y + 2x, 0, x - y)$.

(d) Calculer l'application linéaire de matrice $\begin{pmatrix} -1 & 0 & \pi \\ 0 & 1 & e \end{pmatrix}$.

(e) Soit f l'application linéaire de \mathbf{R}^4 dans \mathbf{R}^3 de matrice $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 & 3 \\ e & 1 & 2 & 4 \\ 9 & 5 & 6 & \pi \end{pmatrix}$. Quelle est l'image par f du deuxième vecteur de la base canonique ?

(f) Trouver la matrice de l'application linéaire $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^4$ vérifiant

$$f(1, 2, 3) = (0, 0, 0, 0), f(1, 0, 2) = (1, 1, 1, 0), f(0, 0, 1) = (1, 0, 0, -1).$$

2. Calculer une intersection dans l'espace

Calculer l'intersection du plan $\ll (1, 1, 3), (3, -1, 5), (0, 1, 0) \gg$ et du plan $\ll (1, 2, 3), (1, 4, 5), (3, 2, 1) \gg$.

3. Trouver des équations

Donner un système d'équations pour la droite donnée par la représentation paramétrique suivante :

$$\begin{cases} x = 2m + 3 \\ y = 3m + 4 \\ z = 4m + 5. \end{cases}$$

4. Divers

a) Existe-t-il une droite de \mathbf{R}^3 passant par l'origine et rencontrant les deux droites $\ll (1, 2, 3), (6, 5, 4) \gg$ et $\ll (1, 3, 0), (2, 1, 1) \gg$?

b) Existe-t-il une droite de \mathbf{R}^3 passant par $(3, 0, 1)$ et rencontrant les deux droites $\ll (1, 2, 3), (6, 5, 4) \gg$ et $\ll (1, 3, 0), (2, 1, 1) \gg$?

c) Existe-t-il une droite de \mathbf{R}^3 rencontrant les trois droites $\ll (0, 1, 1), (1, 0, 1) \gg$, $\ll (1, 2, 3), (6, 5, 4) \gg$ et $\ll (1, 3, 0), (2, 1, 1) \gg$?