L1 Algèbre Exos9 : 29/11/12

Dimension

1. **Interro**

   (a) Quelle est la dimension des sous-espaces suivants ? $<(5,6,7,1),(3,0,5,1),(-1,0,1,1)>$ $<(5,7,1),(3,5,1),(-1,1,1)>$ $<(1,2,3),(5,7,1),(3,5,1),(-1,1,1)>$

   (b) Quelle est la dimension du sous-espace des solutions du système de deux ou trois équations à quatre ou cinq inconnues suivant ?

   $$\begin{cases} y = 3x+2t \\ z = 4x+5t \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y-z-t+u = 0 \\ x+y+z+2t-u = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y-z-t = 0 \\ x+y+2z+3t = 0 \\ x+y+3z+t = 0. \end{cases}$$

   (c) Est-ce que le système suivant est une base de $\mathbf{R}^3$?
   $((5,6,7),(3,0,5),(-1,0,1),(1,0,1))$ $((5,7,1),(3,5,1),(-1,1,0))$ $((3,3,5),(3,0,1),(-1,1,1))$

   (d) Extraire une base du système suivant : $((3,3,5),(0,3,4),(3,0,1),(0,1,2),(-1,1,1))$

   (e) Compléter de deux façons différentes le système suivant en une base de $\mathbf{R}^4$: $((3,3,5,1),(1,0,3,4))$

   (f) Montrer que $(3,3,5)$ est dans $<(3,0,1),(-1,1,1)>$ et trouver ses coordonnées dans la base $((3,0,1),(-1,1,1))$ de ce sous-espace.

2. **Trouver des équations**

   Trouver un système d'équations minimal pour le sous-espace $<(2,3,-1,-7),(3,3,5,1),(1,0,3,4)>$ de $\mathbf{R}^4$.

3. **Contrôler la dimension**

   Compléter le sous-espace suivant de façon que sa dimension soit au plus deux : $<(6,-8,-6,?,14),(-13,-24$

4. **Discuter la dimension**

   Discuter en fonction des paramètres la dimension du sous-espace suivant :
   $<(-10,-20,25,7,u+2),(-6,4,2,-14,4),(-25,-10,v-1,-28,6)>$.

5. **Calculer la dimension**

   Calculer, en fonction du paramètre m, la dimension du sous-espace suivant :
   $<(-15,6,m+2,3,12),(25,-10,20,-5,-20),(5,-2,4,-1,-4),(20,-8,16,-4,-16)>$.

6. **Estimer la dimension**

   Que peut-on dire de la dimension du sous-espace engendré par sept vecteurs de $\mathbf{R}^6$ sachant que :
   a) chacun des quatre premiers est combinaison linéaire des quatre derniers.
   b) chacun des quatre derniers est combinaison linéaire des trois qui le prédèdent.
   c) le premier est combinaison linéaire des deux derniers et le dernier est combinaison linéaire des deux premiers.
   d) au moins cinq d'entre eux sont combinaisons linéaires des deux autres.