

Combinaisons linéaires

1. Interro

- On pose $A := (5, -2)$ et $B := (-3, 1)$. Donner les coordonnées du vecteur \vec{AB} .
- On considère le point A de coordonnées $(-5, -2)$ et le vecteur v de coordonnées $(-1, 3)$. Quelle est le point B tel que $v = \vec{AB}$?
- Calculer la combinaison linéaire de $(-2, 3)$ et $(-4, 1)$ à coefficients -2 et -3 .
- Quel système d'équations faut-il résoudre pour savoir si $(1, 2, 3, 4)$ est combinaison linéaire de $(1, 1, 1, -1)$ et $(7, 4, 1, 2)$?
- Interprétez en termes de combinaison linéaire le fait que le système

$$\begin{cases} 2x + 4y + 6z = 1 \\ 3x + 6y - 9z = 2 \end{cases}$$

a une solution.

2. Former les équations aux coordonnées

Ecrire les équations vérifiées par les coordonnées (x, y, z) de $(11, 20, 1)$ dans le repère : $((1, 3, -3); (3, 2, 0), (0, 5, 0), (1, 1, 4))$.

3. Résoudre une relation linéaire

- Soient u, v, w trois vecteurs d'un espace vectoriel E vérifiant $28u - 11v - 19w = 0$. Exprimer v comme combinaison linéaire de u et w .
- Ici u, v, w sont trois vecteurs de \mathbf{R}^3 vérifiant $4u - 14v - 3w = 0$, $u = (6, \frac{1}{3}, -\frac{11}{2})$ et $v = (\frac{2}{3}, \frac{13}{2}, -\frac{1}{2})$. Calculer w .

4. Exprimer un vecteur comme combinaison linéaire

- Exprimer $(-48, 75)$ comme combinaison linéaire de $(5, 6)$ et $(3, 4)$.
- Calculer la ligne des coordonnées de $(-37, 152)$ dans la base $((-5, 3), (4, -3))$.
- Soient u et v deux vecteurs dans un espace vectoriel E . Exprimer $-8u + 5v$ comme combinaison linéaire de $u - 2v$ et $3v$. Y a-t-il unicité ?
- Exprimer $(12, 24, 36)$ comme combinaison linéaire des trois vecteurs : $e_1 := (2, 1, 0)$, $e_2 := (-2, 0, 0)$ et $e_3 := (3, 2, 1)$.
- Soit H le plan de \mathbf{R}^3 d'équation $4x + 5y - 2z = 0$. On pose $u := (0, 2, 5)$, $v := (2, -2, -1)$, $w := (1, 0, 2)$, $t := (-5, 4, 1)$. Vérifier que trois de ces quatre vecteurs sont dans H et exprimer le premier de ces trois vecteurs comme combinaison linéaire des deux autres.
- Exprimer l'équation $2x + y = 1$ comme combinaison linéaire de $4x + y = -1$ et de $x + y = 2$.
- Pour quelles valeurs de m le vecteur $(1, 2, m)$ est-il combinaison linéaire de $(1, 0, 0)$ et $(1, 1, 0)$?
- Pour quelles valeurs de m le vecteur $(1, 2, m)$ est-il combinaison linéaire de $(2, 1, 1)$ et $(1, 1, 2)$? Interprétation géométrique ?
- Exprimer la fonction $x \mapsto \cos(x - \frac{\pi}{6})$ comme combinaison linéaire des fonctions sinus et cosinus.