

# Sous-espaces affines

## 1. Interro

(a) Soit  $P$  le plan affine des solutions du système de deux équations à quatre inconnues :

$$\begin{cases} x + 3y + z + 3t = 3 \\ x + 2y + 3z + 4t = 4. \end{cases}$$

Donner un système d'équations pour la direction de  $P$ .

(b) Soit  $P$  le plan des solutions du système de trois équations à cinq inconnues :

$$\begin{cases} x - y + z + 3t + u = 0 \\ 2x - z - t - u = 0 \\ x + 2y + 3z + 4t - 2u = 1. \end{cases}$$

Donner un système d'équations du plan parallèle à  $P$  passant par  $(1, 2, 3, 4, 5)$ .

(c) Trouver un repère cartésien du sous-espace affine des solutions du système de deux équations à quatre inconnues :

$$\begin{cases} x + y + z + 3t = 3 \\ x + 2y + 3z + 4t = 4. \end{cases}$$

## 2. Calculer une intersection dans l'espace

a) Calculer l'intersection du plan d'équation  $x + y + z = 2$  avec la droite  $\ll (1, 1, 0), (0, 1, 1) \gg$ .

a') Calculer, pour toute valeur du réel  $m$ , l'intersection du plan d'équation  $x + my + m^2z = 2$  avec la droite  $\ll (1, 1, 0), (0, 1, 1) \gg$ .

b) Calculer l'intersection du plan  $\ll (1, 1, 3), (3, -1, 5), (0, 1, 0) \gg$  avec la droite  $\ll (1, 2, 3); (1, 4, 5) \gg$ .

b') Calculer, pour toute valeur du réel  $m$ , l'intersection du plan  $\ll (1, 1, 3), (3, -1, 5), (0, 1, 0) \gg$  avec la droite  $\ll (1, 2, 3); (m, 4, 5) \gg$ .

c) Calculer l'intersection du plan d'équation  $x + 2y - 2z = 1$  avec la droite d'équations  $x + z - 3 = 2y - z - 1 = 0$ .

c') Calculer, pour toute valeur du réel  $m$ , l'intersection du plan d'équation  $x + 2y - 2z = 1$  avec la droite d'équations

$$x + z - 3 = 2y - mz - 1 = 0.$$

## 3. Trouver des équations

a) Donner un système d'équations pour le plan vectoriel de  $\mathbf{R}^4$  engendré par  $(1, 0, 1, 1)$  et  $(1, 2, 3, 4)$ .

b) Donner un système d'équations pour le plan affine de  $\mathbf{R}^4$  passant par  $(1, 0, 1, 1)$ ,  $(1, 1, 2, -1)$  et  $(1, 2, 3, 4)$ .