

# Bases

## 1. Bases de $\mathbf{R}^2$

- (a) Donner une base de  $\mathbf{R}^2$  commençant par  $(1, 2)$ .
- (b) Combien y a-t-il de vecteurs de  $\mathbf{R}^2$  dont les coordonnées sont soit 1 soit  $-1$  ?
- (c) Combien y a-t-il de bases de  $\mathbf{R}^2$  dont les coordonnées de tous les vecteurs sont soit 1 soit  $-1$  ?
- (d) Mêmes questions avec 1 et 0.
- (e) Mêmes questions avec 1 et 2.
- (f) Mêmes questions avec deux nombres quelconques  $a$  et  $b$ .
- (g) Est-il vrai qu'il existe un vecteur  $v$  de  $\mathbf{R}^2$  tel que, pour tout réel  $a$ , le système  $(v, (1, a))$  soit une base de  $\mathbf{R}^2$  ? Dessiner.
- (h) Est-il vrai qu'il existe un vecteur  $v$  de  $\mathbf{R}^2$  tel que, pour tout réel  $a$ , le système  $(v, (\cos a, \sin a))$  soit une base de  $\mathbf{R}^2$  ? Dessiner.
- (i) Montrer que, pour tout réel  $a$ , il existe un vecteur  $v$  de  $\mathbf{R}^2$  tel que le système  $(v, (\cos a, \sin a))$  soit une base de  $\mathbf{R}^2$ .
- (j) On considère le système de trois vecteurs dépendant du paramètre réel  $x : ((1, x), (1, 1), (1, -x))$ . Peut-on, pour tout  $x$ , choisir deux de ces trois vecteurs formant une base de  $\mathbf{R}^2$  ?
- (k) Peut-on choisir deux de ces trois vecteurs formant, pour tout  $x$ , une base de  $\mathbf{R}^2$  ?

## 2. Bases de $\mathbf{R}^3$

- (a) Donner une base de  $\mathbf{R}^3$  commençant par  $(1, 2, 3)$ .
- (b) Donner une base de  $\mathbf{R}^3$  commençant par  $(0, 1, 2)$ .
- (c) Donner une base de  $\mathbf{R}^3$  commençant par  $(-1, 0, 1)$ .
- (d) Donner une base de  $\mathbf{R}^3$  commençant par  $(-1, 0, 1)$  et  $(0, 1, 2)$ .
- (e) Combien y a-t-il de bases de  $\mathbf{R}^3$  dont les coordonnées de tous les vecteurs sont soit 1 soit  $-1$  ?
- (f) Mêmes questions avec 1 et 0.
- (g) Mêmes questions avec 1 et 2.
- (h) Mêmes questions avec deux nombres quelconques  $a$  et  $b$ .

## 3. Bases de $\mathbf{R}^4$

- (a) Donner une base de  $\mathbf{R}^4$  commençant par  $(1, 2, 3, 4)$ .
- (b) Donner une base de  $\mathbf{R}^4$  commençant par  $(0, 1, 2, 0)$ .
- (c) Donner une base de  $\mathbf{R}^4$  commençant par  $((3, 6, 1, 1), (1, 2, 2, 2))$ .