

# Systèmes de deux ou trois équations

## 1. Résoudre un système de deux équations

Résoudre de deux façons différentes le système suivant, aux trois inconnues réelles  $x, y$  et  $z$  :

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ 3x - 2y + ez = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y - ez = 0 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{cases} .$$

## 2. Résoudre un système de trois équations à deux inconnues

Pour chacun des systèmes suivants, aux deux inconnues réelles  $x$  et  $y$ , dessinez les trois droites correspondantes, dites si elles sont concourantes ou non, et indiquez l'ensemble des solutions; si cet ensemble est non vide, exprimez la troisième équation comme combinaison des deux premières; enfin justifiez votre solution.

$$\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \\ 3x + y - 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \\ 3x + y + 4 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - 1 = 0 \\ 2x + y + 1 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - 1 = 0 \\ 2x + y + 1 = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} .$$

## 3. Résoudre un système de trois équations homogènes à trois inconnues

Pour chacun des systèmes suivants, aux deux inconnues réelles  $x, y$  et  $z$ , dessinez les trois plans correspondants, dites s'ils sont concourants ou non, et indiquez l'ensemble des solutions; si cet ensemble est infini, exprimez la troisième équation comme combinaison des deux premières; enfin justifiez votre solution.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \\ 3x + y - 4z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 2y - z = 0 \\ 6x + 3y - z = 0 \\ 10x + 5y - z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases} .$$

## 4. Résoudre un système facile

Pour chacun des systèmes suivants, aux trois inconnues réelles  $x, y$  et  $z$ , résoudre, dire si les équations sont indépendantes, et, le cas échéant, donner une relation de dépendance linéaire entre elles.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ 2y + z = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 2x + z = 0 \\ 3x + z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ 3x - 6y = 0 \\ -2x + 4y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - z = 0 \\ 3x - y + z = 0 \\ x + 4z = 0 \end{cases} .$$

## 5. Rendre un système facile

Pour chacun des systèmes suivants, aux trois inconnues réelles  $x, y$  et  $z$ , donner un système équivalent facile, et le cas échéant, donner une relation de dépendance linéaire entre les équations initiales.

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \\ y + 2z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 2x + y = 0 \\ 3x + z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y - z = 0 \\ 3x - 6y = 0 \\ -2x + 4z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 4x + 4y = 0 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases} .$$

## 6. Trouver une relation de dépendance linéaire

Trouver une relation de dépendance linéaire entre les trois équations du système suivant :

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2z - 2t = 0 \\ 4x - 2y - z + t = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y + 3t = 0 \\ 2x - z + 3t = 0 \\ 2x + 3y + 2z + 3t = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z - t = 0 \\ 2x + y - 2z - 2t = 0 \\ 2x + y + 3z + 3t = 0 \end{cases} .$$