

Systemes linéaires et leur rang

1. Suivre le rang d'un système d'équations

Expliquer pourquoi chacun de ces systèmes a le même rang que celui d'avant (sauf le premier) :

$$\begin{cases} 2x + y - z - 2t = 1 \\ 3x + 2y + z + 3t = 4 \\ x + y + 2z + 5t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z - 2t = 1 \\ 6x + 4y + 2z + 6t = 7 \\ x + y + 2z + 5t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z - 2t = 1 \\ 8x + 5y + z + 4t = 5 \\ x + y + 2z + 5t = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y - z - 2t = 1 \\ 6x + 3y - 3z - 6t = -1 \\ x + y + 2z + 5t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z - 2t = 1 \\ 6x + 3y - 3z - 6t = -1 \\ x + y + 2z + 5t = 2 \\ 7x + 4y - z - t = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z - 2t = 1 \\ x + y + 2z + 5t = 2 \\ 7x + 4y - z - t = 0 \end{cases}$$

2. Voir le rang d'un système d'équations

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2y + z = 4 \\ 2z + 5t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + z = 1 \\ 2y + z = 4 \\ 2z + 5t = 2 \\ 4z + 10t = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + z = 1 \\ 2y + z = 4 \\ 2z + 5t = 2 \\ 4z + 5t = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} z + t = 1 \\ y + z + t = 4 \\ x + y + z + t = 2 \\ 2x + 2y + 2z + 2t = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + z + t = 1 \\ x + 2y + z = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + t = 1 \\ x + 2y + z = 4 \\ x - z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ y + z = 4 \\ x - y - t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + 2z - t = 1 \\ x - 2t = 4 \\ 4x - y - 4t = 2 \end{cases}$$

3. Reconnaître un système incompatible

Expliquer pourquoi le système suivant est incompatible :

$$\begin{cases} 2x + y - z - 2t = 1 \\ 6x + 3y - 3z - 6t = 4 \\ x + y + 2z + 5t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y - z - 2t = 1 \\ 3x + 2y + z + 3t = 4 \\ x + y + 2z + 5t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y - z - t = 1 \\ x + y = 7 \\ z + t = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + 2t = 1 \\ 2x - 2y - z - 4t = 5 \\ 2x - z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y + 3z + 4t = 0 \\ 2x + 4y + z + t = 0 \\ 5z + 7t = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y + 2z + 4t = 1 \\ 2x - y - z + t = 0 \\ 5x + 6t = 0 \end{cases}$$

4. Résoudre un système bidon

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2y + z = 4 \\ 2z + 5t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + z = 1 \\ 2y + z = 4 \\ 2z + 5t = 2 \\ 4z + 10t = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + z = 1 \\ 2y + z = 4 \\ 2z + 5t = 2 \\ 4z + 5t = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} z + t = 1 \\ y + z + t = 4 \\ x + y + z + t = 2 \\ 2x + 2y + 2z + 2t = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + z + t = 1 \\ x + 2y + z = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + t = 1 \\ x + 2y + z = 4 \\ x - z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ y + z = 4 \\ x - y - t = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + 2z - t = 1 \\ x - 2t = 4 \\ 4x - y - 4t = 2 \end{cases}$$