Corrigé

Résoudre le système linéaire $\left\{ \begin{array}{l} x+my=a \\ mx+y=b \end{array} \right.$ **, et discuter selon les paramètres** m, a, b**.**

Appliquons la méthode de Gauss, avec pour pivot le terme x de la première équation. En retranchant à la deuxième équation m fois la première, on obtient le système équivalent

$$\left\{ \begin{array}{c} x+my=a \\ (1-m^2)y=b-ma \end{array} \right.$$

- Si $m \neq 1$ et $m \neq -1$, la deuxième équation donne $y=(b-ma)/(1-m^2)$, et la première donne ensuite $x=a-my$. On obtient ainsi, après simplification, la *solution unique*

$$x=\frac{a-mb}{1-m^2}\ ,\ y=\frac{b-ma}{1-m^2}\ .$$

- Si $m=1$ ou $m=-1$, la deuxième équation se réduit à $b-ma=0$. Le système est donc *impossible* si $b \neq ma$, et *indéterminé* si $b=ma$ avec pour solutions

$$x=a-my\ ,\ y \text{ arbitraire.}$$