Université de Nice
Mathématiques

Année 2000-2001
Deug Sciences MIASSM TC

Fonctions continues.

Exercice 1 : Soit $f(x) = \sqrt{-1 + \ln(x+1)}$. Expliquer où et pourquoi f est continue.

Réponse: f est composée de fonctions usuelles. Elle est donc continue sur son domaine de définition.

$$x \in D_f \Leftrightarrow -1 + \ln(x+1) \geq 0 \text{ et } x+1 > 0 \Leftrightarrow x \geq e-1$$

Donc $D_f = [e-1, \infty[$.

Exercice 2 : Soit

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x+3} & \text{si } x \geq 1, \\ -2\alpha + x^2 - 1 & \text{si } x < 1. \end{cases}$$

Déterminer $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que la fonction f soit continue en $x = 1$. Expliquer votre démarche.

Réponse: f est continue en $x = 1$ ssi $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^-} f(x)$. Or, $x \mapsto 1 + \sqrt{x+3}$ et $x \mapsto -2\alpha + x^2 - 1$ sont continues en $x = 1$. On obtient leurs limites en 1 en remplaçant x par 1: $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1}(1 + \sqrt{x+3}) = 3$ et $\lim_{x \to 1^-} = \lim_{x \to 1}(-2\alpha + x^2 - 1) = -2\alpha$. Conclusion: f est continue en $x = 1$ ssi $\alpha = -3/2$.