MIAS-SM TC maths 6/01/01

Calculettes et documents interdits. Durée: 1h20.

Exercice 1 (sur 5)

1) Donner le développement limité à l'ordre 3 en $\pi/2$ de $e^{\sin x}$.

2) En déduire le développement limité à l'ordre 3 en $\pi/2$ de $\sqrt{1+e-e^{\sin x}}$.

Exercice 2 (sur 5)

On pose $f(x) = \ln(1+\sin x) - e^{\sin x} + 1$.

1) Indiquer un intervalle $I =]-\eta, +\eta[$ avec $\eta > 0$, sur lequel f est définie.

2) Calculer le développement limité à l'ordre 3 de f en 0.

3) Montrer que $\frac{f(x)}{x^2}$ admet une limite ℓ quand x tend vers zéro.

4) Calculer la dérivée en zéro de la fonction dérivable qui prolonge $\frac{f(x}{x^2}$ à I tout entier.

Exercice 3 (sur 5)

Résoudre en fonction du paramètre m le système d'équations aux inconnues x, y, z suivant:

$$\begin{cases} mx + (m+3)y + z &= 2m+4 \\ (m+1)x + y &= 1 \\ mx + y + z &= 2. \end{cases}$$

Exercice 4 (sur 5)

Pour a et b réels donnés, soit P_a le plan de $\mathbf{R}^3$ d'équation $x - ay + z = 1$, et D_b la droite qui passe par les points $(1,1,1)$ et $(b,1,0)$.

1) Calculer l'intersection $P_a \cap D_b$. Préciser dans quel cas cette intersection est une droite.

2) Quand $P_a \cap D_b$ est une droite, donner l'équation d'un autre plan P' contenant cette droite.