Nombres de la calculette, par M. Merle

Quand on appuie sur la touche π de la TI89 elle répond :

$$\pi$$

Si on appuie sur la touche π puis sur la touche $\diamondsuit$ elle répond :

$$3,14159265359$$

Si on calcule la différence entre π et le décimal $3,14159265359$ on trouve :

$$-2.10^{-13}$$

ce qui montre que la valeur de π stockée par la machine est en fait le décimal $3,1415926535898$, ce que confirme le calcul de la différence entre π et le décimal $3,1415926535898$ qui donne 0.
En particulier, lorsqu'on fixe le nombre de chiffres affichés à 7, la calculatrice répond $3,141593$, et répond $3,1415927$ lorsque le nombre de chiffres affichés est 8. On peut en déduire raisonnablement que, suivant le nombre de chiffres à afficher, la calculatrice affiche l'arrondi convenable de la valeur qu'elle a en mémoire, soit $3,1415926535898$.
Qu'en conclure ? Que le concepteur de la calculatrice, ne l'a munie que d'un arrondi de π à 10^{-13} près. Aurait-il pu faire mieux ?
L'idéal serait bien sûr que la calculatrice puisse fournir à toute requête de $(\pi,\ n)$ le développement décimal de π à l'ordre n. Mais on sait que les calculateurs les plus puissants ne parviennent à atteindre que quelques millions pour n. D'ailleurs, ferions-nous bon usage de toutes ces décimales ?
Une autre possibilité, que la TI89 utilise, c'est la prudence. C'est-à-dire de ne pas répondre à des questions que l'on ne lui pose pas. C'est pourquoi appuyer sur la touche π ne provoque en fait que la réponse

$$\pi$$

et la réponse

$$3,14159265359$$

n'est obtenue que si on appuie au préalable sur $\diamondsuit$. Prudence d'accord, mais n'est-ce pas de la mauvaise foi ? Tout dépend encore une fois de la question posée. Si je tape

$$(10^6+\pi)-10^6-\pi+10^{-10}$$

la calculatrice répond

$$10^{-10}$$

et si je tape

$$(10^6+\pi)-10^6-\pi+10^{-10}$$

puis $\diamondsuit$ alors la réponse est

$$4,65102.10^{-8}$$

Lorsque j'appuie sur $\diamondsuit$ avant de taper sur `Enter` les symboles sont immédiatement *évalués*. On peut décomposer ainsi ce qui se passe : $10^6+\pi$ est évalué en le décimal $1000003,1415927$ (au plus 14 chiffres significatifs), puis $(10^6+\pi)-10^6$ est évalué en $3,1415927$ et finalement $(10^6+\pi)-10^6-\pi+10^{-10}$ est évalué en $4,65102.10^{-8}$.
La première procédure (sans $\diamondsuit$) est plus conforme à ce que l'on attend dans ce cas. Pensez bien qu'elle consiste seulement à *retarder* l'évaluation des expressions. Ce qui est avantage ici peut être inconvénient ailleurs. Remarquez que les calculatrices les plus simples évaluent immédiatement les symboles que l'on tape au clavier.