MIAS-SM 1 TC maths 07/09/01 durée: 3h

Calculettes et documents interdits. Durée: 3h. Barème: 8x2.5.
Merci d'écrire **sujet A** en haut de votre copie.

1. Comparer $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ et $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

2. Calculer $(1-i\sqrt{3})^{13}$.

3. Calculer Arccos(cos 10).

4. a) Donner le meilleur encadrement de $\frac{y+3}{x+1}$ quand x et y sont deux nombres réels de l'intervalle $[2,5]$.

   b) Même question pour $\frac{x+3}{x+1}$ et $\frac{x+1}{x+3}$ (et x toujours dans $[2,5]$).

5. On note f la fonction définie par $f(x)=x^3-27x$.

   a) Indiquer le plus grand intervalle contenant $-3\sqrt{3}$ où (la restriction de) f admet une fonction réciproque **dérivable**.

   b) On note g cette fonction réciproque; calculer $g(0)$ et $g'(0)$.

6. Calculer le DL en 0 à l'ordre 3 de $e^{\cos x}\sin 2x$.

7. Trouver une équation du plan de $\mathbf{R}^3$ passant par $(1,2,1)$, $(-1,2,-1)$ et $(2,3,-1)$.

8. Calculer l'image, le noyau et s'il y a lieu l'inverse de l'application linéaire

$$(x,y,z)\mapsto(x+y-2z,\ 2x+y+z,\ x+3z).$$