MIAS-SM 1 TC maths 07/02/01 durée: 2h

Calculettes et documents interdits.

1. (sur 2)

   Résoudre dans $\mathbf{R}$: $\sqrt{2+x} \geq \sqrt{8-x} - 2.$

2. (sur 2)

   Mettre le trinôme $z^2 + (i-5)z + 6 + 2i$ sous forme canonique puis résoudre dans $\mathbf{C}$: $z^2 + (i-5)z + 6 + 2i = 0$.

3. (sur 1.5)

   Calculer $\operatorname{Arcsin}(\sin 10)$.

4. (sur 3)

   Calculer le DL en 0 à l'ordre 3 de $\sin(e^x)$.

5. (sur 3)

   Trouver deux équations définissant la droite passant par $(m+3, 2, 1)$ et $(2, 1, m-1)$.

6. (sur 3)

   Calculer la matrice, le noyau, l'image et s'il y a lieu l'inverse de l'application linéaire

   $$(x, y, z) \mapsto (2x - 2y + z,\ 3x + y + 2z,\ x + 3y + z).$$

7. (sur 3) Calculer

   $$\int_0^1 \frac{s+1}{\sqrt{4-s^2}}\, ds \qquad \text{(on peut poser } s = 2\ \sin t).$$

8. (sur 3)

   Compléter la preuve suivante:

   Théorème: Le produit de deux fonctions continues en un point est aussi continu en ce point.

   Preuve. Soient deux fonctions f et g définies sur I, et continues en un point a de I et soit $n \mapsto u_n$ une suite de nombres de I tendant vers a. Nous devons montrer que la suite $n \mapsto$ converge vers . Cette suite est égale au produit de la suite et de la suite qui, d'après l'hypothèse, convergent vers . En appliquant le théorème sur la limite , on obtient que notre suite converge vers . Il ne reste qu'à observer que ce nombre est bien égal à .