

# MIAS-SM TC maths 24/11/01

Calculatrices et documents interdits. Durée: 1h.

1. (sur 4) Dessiner l'ensemble des nombres complexes  $z$  vérifiant

$$|iz + 3| \leq 2 \text{ et } \operatorname{Re}((1 + i)z) < 1,$$

en précisant par les moyens de votre choix ce qui se passe "au bord".

2. (sur 4)

Montrer que la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = e^x E(x)$  (où  $E(x)$  est l'entier caractérisée par  $E(x) \leq x < E(x) + 1$ ) est discontinue.

3. (sur 6) Pour quelles valeurs du réel  $m$  la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]1, +\infty[$  par

$$f(x) = mx^3 + 3x + m$$

admet-elle une fonction réciproque? Pour lesquelles de ces valeurs cette fonction réciproque est-elle dérivable? Pour  $1 < m < 2$ , calculer, au choix, sa dérivée en 7 ou en  $9m + 6$ . Expliquer votre choix.

4. (sur 6)

Etudier la branche infinie (avec la position par rapport à l'asymptote éventuelle) du graphe de la fonction  $f$  définie sur  $]0' + \infty[$  par  $f(x) = \pi x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 5}$ .