MIAS-SM TC maths 24/11/01

Calculettes et documents interdits. Durée: 1h.

1. (sur 4)Dessiner l'ensemble des nombres complexes z vérifiant

$$\mathrm{Re}((1-i)z) < 2 \text{ et } |iz-3| \leq 3,$$

en précisant par les moyens de votre choix ce qui se passe "au bord".

2. (sur 4)

Montrer que la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = xE(x)$ (où $E(x)$ est l'entier caractérisée par $E(x) \leq x < E(x)+1$) est discontinue.

3. (sur 6)Pour quelles valeurs du réel m la fonction f définie sur l'intervalle $]1, +\infty[$ par

$$f(x) = mx^3 + x + m$$

admet-elle une fonction réciproque? Pour lesquelles de ces valeurs cette fonction réciproque est-elle dérivable? Pour $1 < m < 2$, calculer, au choix, sa dérivée en 5 ou en $9m+2$. Expliquer votre choix.

4. (sur 6)

Etudier la branche infinie (avec la position par rapport à l'asymptote éventuelle) du graphe de la fonction f définie sur $[0, +\infty$ par $f(x) = \pi - x - 2\sqrt{x^2+3x+4}$.