

Etendre à l'infini

1. $\overline{\mathbf{N}}$

- Etendre autant que possible $<$, \leq et les ressources correspondantes à $\overline{\mathbf{N}} := \mathbf{N} \amalg \{\infty\}$.
- Même question pour $+$, \times , *exp*.
- Formuler les principales propriétés de l'application cardinal: $Ens \rightarrow \overline{\mathbf{N}}$.

2. $\overline{\mathbf{R}}$

- Etendre autant que possible $<$, \leq et les ressources correspondantes à $\overline{\mathbf{R}} := \mathbf{R} \amalg \{-\infty, +\infty\}$.
- Même question pour $+$, $-$, \times , $/$.
- Formuler les principales propriétés de l'application \lim' : $(\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}_{\perp}) \rightarrow \overline{\mathbf{R}}_{\perp}$.
- Expliquer en quel sens il n'y a pas de prolongement de la fonction tangente en une fonction continue de \mathbf{R} dans $\overline{\mathbf{R}}$.

3. $\hat{\mathbf{R}}$

- Discuter l'extension de $x \mapsto \frac{x-1}{x+1}$ en une bijection de $\overline{\mathbf{R}}$ sur lui-même. Même chose avec $\hat{\mathbf{R}} := \mathbf{R} \amalg \{\infty\}$.
- Etendre autant que possible $+$, $-$, \times , $/$ à $\hat{\mathbf{R}}$.
- Formuler les principales propriétés de l'application \lim'' : $(\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}_{\perp}) \rightarrow \hat{\mathbf{R}}_{\perp}$.
- Formuler les principales propriétés de l'ensemble *Homog* des fonctions de $\hat{\mathbf{R}}$ dans $\hat{\mathbf{R}}$ de la forme $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$, avec a, b, c, d réels et $ad \neq bc$.
- Expliquer en quel sens il y a un prolongement de la fonction tangente en une fonction continue de \mathbf{R} dans $\hat{\mathbf{R}}$.