Corrigé de Méthodo Exos I 3.a

Question: Convertir 2728 en base 3. Calculer 20121_3.

Réponse: Convertir 2728 en base 3, c'est écrire $2728 = \sum_{i=0}^{n} a_i 3^i$ avec $a_i = 0, 1$ ou 2.
Méthode : a_0 est le reste de la division de 2728 par 3, a_1 est le reste de la division du quotient par 3, et ainsi de suite jusqu'à épuisement du nombre!

$$
\begin{array}{rl}
2728 = 909 \times 3 + \mathbf{1} & a_0 = 1 \\
909 = 303 \times 3 + \mathbf{0} & a_1 = 0 \\
303 = 101 \times 3 + \mathbf{0} & a_2 = 0 \\
101 = 33 \times 3 + \mathbf{2} & a_3 = 2 \\
33 = 11 \times 3 + \mathbf{0} & a_4 = 0 \\
11 = 3 \times 3 + \mathbf{2} & a_5 = 2 \\
3 = 1 \times 3 + \mathbf{0} & a_6 = 0 \\
1 = 0 \times 3 + \mathbf{1} & a_7 = 1
\end{array}
$$

On a donc $2728 = 10202001_3$
Dans l'autre sens, c'est évident:

$$20121_3 = \mathbf{1} + \mathbf{2} \times 3 + \mathbf{1} \times 3^2 + \mathbf{0} \times 3^3 + \mathbf{2} \times 3^4 = 1 + 6 + 9 + 162 = 178$$

Mais il y a une méthode plus efficace, car elle n'exige pas de calculer les puissances de 3 à l'avance, et de plus on lit le nombre de gauche à droite. On fait le calcul comme suit

$$20121_3 = ((((\mathbf{2} \times 3 + \mathbf{0}) \times 3 + \mathbf{1}) \times 3 + \mathbf{2}) \times 3) + \mathbf{1}$$

ce qui se calcule de tête en le lisant :
2 fois 3 : 6, fois 3 : 18, plus 1 : 19, fois 3 : 57, plus 2 : 59, fois 3 : 177, plus 1 : 178.
Cette méthode s'appelle le schéma de Horner. On démontre qu'elle permet de calculer la valeur d'un polynôme avec le minimum possible de multiplications.