DEVOIR À LA MAISON RENDU LE 16 OCTOBRE 2001

Méthodologie - Feuille Exos1

Exercice 1 - Valider

a)
$$(cos^2(\pi) - 3log(e) + 2)^{-3}$$
L'expression ci-dessus représente un nombre réel si et seulement si $(cos^2(\pi) - 3log(e) + 2)$ représente un nombre réel non nul *(non nul à cause de la puissance négative apparaissant dans l'expression à valider)*. On constate alors que $(cos^2(\pi) - 3log(e) + 2) = 1 - 3 + 2 = 0$. Conclusion : l'expression $(cos^2(\pi) - 3log(e) + 2)^{-3}$ ne représente pas un nombre réel.

b)
$$(cos(\pi))^{\frac{x}{2}}\ ; \qquad \text{où } x \text{ vaut } 1 \text{ ou } -1.$$
comme $cos(\pi)$ vaut -1, il s'agit de voir si $(-1)^{-\frac{1}{2}}$ ou $(-1)^{\frac{1}{2}}$ représente un nombre réel. Réponse : aucune de ces deux expressions ne représente un nombre réel. Dans les deux cas on est confronté à la non validité de l'expression *racine carrée d'un nombre négatif*.

Exercice 2 - Calculer

a) Dans l'expression $S = 7 + 8 + \cdots + 100$, le "$\cdots$" étant interprété comme la somme de tous les nombres entiers compris (au sens large) entre 9 et 99, on peut dire que S est la somme des 94 premiers termes d'une suite u_n arithmétique de raison $r = 1$ et de premier terme $u_0 = 7$. On peut aussi dire que S est la somme des 100 premiers entiers non nuls otée de la somme des 6 premiers entiers non nuls.
$$S = \frac{100 \times 101}{2} - \frac{7 \times 6}{2} = 5029$$

b)
$$\lim_{x \to +\infty} x^{cos(3)}$$
Remarquant que $\frac{\pi}{2} < 3 < \pi$, on a $cos(3) < 0$. On utilise ensuite un théorème (voir formulaire du Bac) : *pour* $\alpha < 0$ *on a* $\lim\limits_{x \to +\infty} x^{\alpha} = 0$.

c) Hypothèses raisonables sur x et calcul de $\left(1 - \sqrt{x^2}\right)^{-3}$.
La puissance négative -3 nous contraint à supposer $1 - \sqrt{x^2} \neq 0$, c'est-à-dire $|x| \neq 1$. En effet pour tout nombre réel x, on a $\sqrt{x^2} = |x|$. On peut donc dire que pour $|x| \neq 1$,
$$\left(1 - \sqrt{x^2}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{1 - |x|}\right)^3$$

Exercice 3 - Convertir

a) Décomposition en facteurs premiers de 144000.
$144000 = 144 \times 1000 = 12^2 \times 10^3 = (2^2 \times 3)^2 \times (2 \times 5)^3 = 2^4 \times 3^2 \times 2^3 \times 5^3 = 2^7 \times 3^2 \times 5^3$.

b) Division de 7h 52mn 24s par 9 :
Le 7 de 7h étant plus petit que 9, on convertit d'abord 7h 52mn en minutes. 7h 52mn $= 7 \times 60 + 52$ mn $= 472$ mn. On a $472 = 52 \times 9 + 4$. Convertissant les 4mn restantes en secondes, cela donne 240s. Il nous faut diviser maintenant $240 + 24$s par 9. $264 = 29 \times 9 + 3$. Conclusion : la division de 7h 52mn 24s par 9 donne 52mn 29s 20"' ($60''' = 1s$ i.e. 1s vaut 60 tierces).
Remarque : Nous aurions pu d'abord convertir 7h 52mn 24s en secondes (28344s), opérer ensuite la division par 9 puis réécrire le quotient obtenu sous le format ••h ••mn ••s ••"'.