Méthodo **Partiel** 5/01/02 Deug MIASSM TC

1. Formaliser ou rédiger les énoncés suivants.

   (Contexte vide) Tout entier est somme de quatre carrés;

   (Contexte vide) $\forall x,\ y \in \mathbf{R},\ xy = yx$;

   (Contexte vide) Le conjugué de l'inverse est l'inverse du conjugué;

   (Contexte : x est un entier) x est une puissance de 3;

   (Contexte : x et y sont réels) x et y sont de même signe;

   (Contexte : z est complexe) $\exists t \in \mathbf{R},\ z = it$.

   (Contexte : P est une partie de $\mathbf{R}$) $\forall x, y, z \in \mathbf{R},\ x \in P$ et $z \in P$ et $x < y < z \Rightarrow y \in P$;

   (Contexte : I est un intervalle, f est une fonction sur I) $\forall x, y \in I,\ f(x) = f(y)$;

   (Contexte : I est un intervalle, f est une fonction sur I) $\forall x, y \in I, x < y \Rightarrow f(x) < f(y)$;

2. Dans le texte suivant:

   a) reconstituez l'enchaînement des buts (avec leurs contextes) par les tactiques;
   b) recensez les ressources utilisées et leurs arguments effectifs;
   c) donnez une preuve plus détaillé.

   La fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ est bornée.

   Montrons que cette fonction est minorée par -1 et majorée par 1. Pour cela, soit par exemple $x \leq 0$. Dans ce cas, $f(x)$ est négatif, donc majoré par 1. Pour minorer $f(x)$ par -1, il suffit de majorer son carré par 1, ce qui résulte de l'inégalité $x^2 \leq x^2 + 1$.