Méthodo Exos5

Nier, traduire

18/11/02 Deug MIASSM TC

1. Nier

$\binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$; $\forall n, p \in \mathbf{N}, \binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$; $\lim_{x \to 0} x^\alpha = 0$; $\tan x = 0 \Longrightarrow \exists k \in \mathbf{Z}, x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$;

$\forall \alpha \in \mathbf{R}, \lim_{x \to 0} x^\alpha = 0$; $\forall x \in I, f'(x) > 0$; $\forall x, y \in I, x \leq y \Longrightarrow x^2 \leq y^2$; $\forall x, y \in I, x < y \Longrightarrow f(x) < f(y)$;

$\forall x, y \in I, x \leq y \Longleftrightarrow f(x) \leq f(y)$; $\forall x, y \in I, x < y \Longleftrightarrow f(x) < f(y)$; $\forall x, y \in \mathbf{R}, \ln(xy) = \ln x + \ln y$;

$\forall \theta, \theta' \in \mathbf{R}, \rho e^{i\theta} = \rho' e^{i\theta'} \Longrightarrow \rho = \rho'$; $\exists T \in \mathbf{R}, \forall x \in \mathbf{R}, f(x+T) = f(x)$; $\forall x \in \mathbf{R}, \exists T \in \mathbf{R}, f(x+T) = f(x)$.

2. Formuler la contraposée puis la réciproque

$\forall x, y \in I, x \leq y \Longrightarrow x^2 \leq y^2$; $\forall x, y \in I, x < y \Longrightarrow f(x) < f(y)$; $\forall x, y \in I, x^4 = y^4 \Longrightarrow x = y$.

3. Traduire sous contexte

Dans le contexte donné, formaliser ou rédiger les énoncés suivants.

(a) Contexte : x et y sont réels.

x et y ont même partie entière; $(x \geq 0 \text{ et } y \leq 0)$ ou $(x \leq 0 \text{ et } y \geq 0)$; x est décimal.

(b) Contexte : I est un intervalle, f et g sont des fonctions sur I.

f est positive;
f est constante;
f est croissante;
f est bornée;
f et g sont distinctes;
f change de signe une et une seule fois sur I;
f est monotone;
$\exists x \in I,\ \forall y \in I,\ y \geq x \Rightarrow f(y) \geq 0$.

$\exists m \in \mathbf{R},\ \forall x \in I,\ f(x) \geq m$;
$\forall x \in I,\ f(x) \neq g(x)$;
f est majorée par 2;
$\forall x,\ x' \in I,\ f(x) = 0 \text{ et } f(x') = 0 \Rightarrow x = x'$;
f majore g;
$\forall x \in I,\ x + \pi \in I \text{ et } f(x+\pi) = f(x)$;
$(\forall x \in I,\ f(x) > g(x))$ ou $(\forall x \in I,\ f(x) < g(x)$;

4. Traduire sans contexte

Formaliser ou rédiger les énoncés suivants.

(a) Concernant les nombres entiers et rationnels:

$\exists x \in \mathbf{N},\ \forall y \in \mathbf{N},\ y \geq x \Rightarrow \exists z \in \mathbf{N},\ y^3 \leq z^2 \leq (y+1)^3$;
$\forall n \in \mathbf{N}^*,\ \exists a,\ b,\ c,\ d \in \mathbf{N}^*,\ n = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

(b) Concernant les nombres complexes:

Deux nombres complexes sont égaux si et seulement si leurs modules et leurs arguments le sont;
$\forall z \in \mathbf{C}^*,\ \exists r,\ r' \in \mathbf{C},\ r \neq r' \text{ et } r^2 = z \text{ et } r'^2 = z$;
$\forall z \in \mathbf{C}^*,\ \forall \theta \in \mathbf{R},\ \operatorname{Arg} z = \theta\,[2\pi] \Rightarrow \operatorname{Arg} z^{-1} = -\theta\,[2\pi]$;
$\forall z,\ z' \in \mathbf{C},\ z^2 = z'^2 \Rightarrow z = z' \text{ ou } z = -z'$;
Il y a exactement n racines n-ièmes de l'unité distinctes, et ce pour tout n.