

TD n°4 : minimisation sous contraintes d'égalité

Exercice 1 : Soit la fonction f :

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy \quad (1)$$

- 1.1. Montrer que f admet un minimum global sur \mathbb{R}^2 .
- 1.2. Calculer la Hessienne de f et déterminer si f est convexe sur tout \mathbb{R}^2 .
- 1.3. Déterminer les points critiques de f et donner leur nature : minimum local, maximum local, point-selle.
- 1.4. En quel(s) point(s) f atteint-elle son minimum global ? quelle est la valeur minimale de f ? Expliquer pourquoi f ne peut pas être convexe.

Exercice 2 :

On considère le problème d'optimisation suivant :

$$\sup_{x^2+y^2=1} xy. \quad (2)$$

- 2.1. Prouver l'existence d'une solution.
- 2.2. Résoudre le problème à l'aide des multiplicateurs de Lagrange.
- 2.3. Donner une interprétation géométrique du résultat.