Vibrations non lineaires
en vue du controle non destructif

B. Rousselet,
U.N.S.A. Laboratoire J.A. Dieudonné
U.M.R. C.N.R.S. 6621, Parc Valrose, F 06108 Nice, Cédex 2,
email : br@math.unice.fr

Le sujet a 3 volets intimement liés:

modélisation en mécanique

outils d'analyse et d'analyse numérique

Résolution , interprétation

1 Modélisation

1.1 Controle ou essais non destructif

(non destructive testing, health monotoring)

1.1.1 Introduction

On trouve sur le site du: " Comité Franais d'Etudes des Essais Non-Destructifs "(cofrend)

Essais Non-Destructifs: Détecter, Positionner, Identifier, Dimensionner les défauts dans les pièces, les structures ou les assemblages.

De nombreuses méthodes: visuelle, magnetique, electrique, thermique, ultrasons, vibrations.

1.1.2 Vibrations linéaires ou non

Motivation: Expériences réalisées par G. Vanderborck
Thales Underwater Systems, Département acoustique
06903 Sophia-Antipolis CEDEX
et Laboratoire J.A. Dieudonné U.M.R. C.N.R.S. 6621

Exemple d'expériences:
Vibration de cables: haubans de pont
En Europe de nombreux ponts dépassent 30 ans; leur inspection est cruciale!

Principe En petits déplacements, le déplacement est solution d'une équation approximativement linéaire mais: la non linéarité dépend de la taille des déplacements.

Exemple académique: système masse-ressort:

$$mx'' = -k(x)x + f(t) \tag{1}$$

(Loi de Newton et loi de comportement du ressort);
en petit déplacement $k = cte$; puis $k = k_0 + k_2x^2$, edo non linéaire.

Masses sur cable tendu, un modèle simplifié pour les haubans

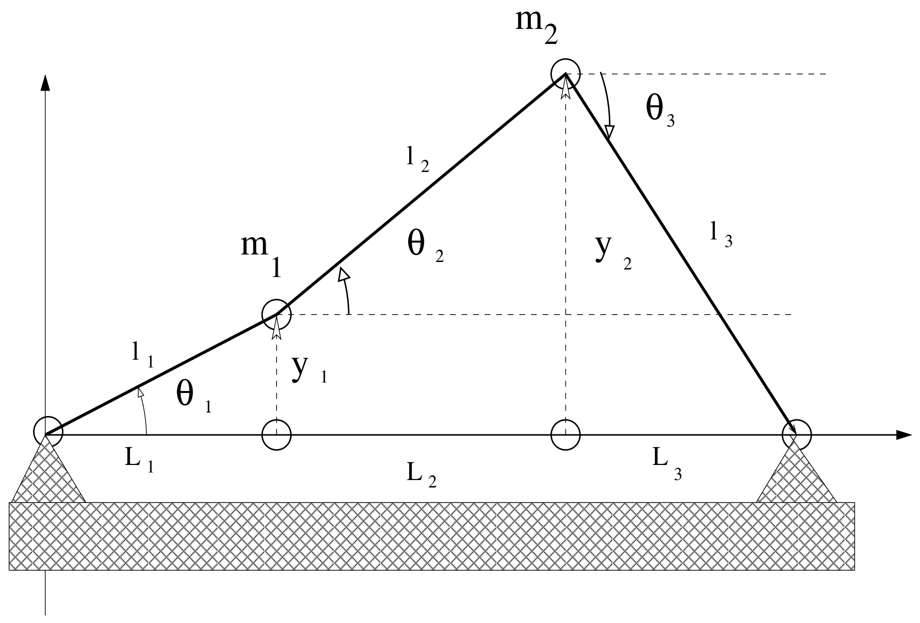

Figure 1: Transverse vibrations

Modèles d'équations différentielles ou aux dérivées partielles....

2 Equations, résolution

2.1 Principes

- Déterminer la solution dans le domaine fréquentiel
- Pour une équation linéaire: la solution contient les fréquences de la force (second membre) et les fréquences propres de la structure.

exemple Pour le système masse-ressort *en petit déplacement* avec $k = cte$ avec une force à fréquence α:

$$x = x_0 cos(\omega t) + x_1 sin(\omega t)/\omega + \frac{f_1 cos(\alpha t)}{m(\omega^2 - \alpha^2)} \tag{2}$$

$$\hat{x} = \frac{1}{2}(x_0(\delta_{-\omega} + \delta_\omega) - i x_1(\delta_{-\omega} + \delta_\omega)/\omega + \frac{f_1(\delta_{-\alpha} + \delta_\alpha)}{m(\omega^2 - \alpha^2)} \tag{3}$$

- Pour une équation non linéaire, d'autres fréquences apparaissent *mais pas de solution explicite!!*

Deux approches possibles:

2.2 Solution asymptotique

Dans de nombreuses situations: présence d'un petit paramètre:
en adimensionalisant on peut ramener une équation approchée de la dynamique d'une masse sur un cable tendu à une équation de Duffing:

$$x'' + x + \epsilon x^3 = f_1 cos(\alpha t) \tag{4}$$

$$x = \epsilon x_1 + \epsilon^2 x_2 + \epsilon^3 x_3 + \ldots \tag{5}$$

Mais présence de termes séculaires non bornés .... *théorie et pratique*

2.3 Solution numérique

Nombreuses méthodes pour les edo et les edp ... mais nécessité d'une solution précise en *fréquentiel!*

- Transformée de Fourier numérique (FFT)
- Intervalle de temps fini: un Dirac devient un sinus cardinal avec des lobes secondaires....
- Le niveau des lobes du aux non linearites dépend de la longueur de lntervalle...

mise en oeuvre

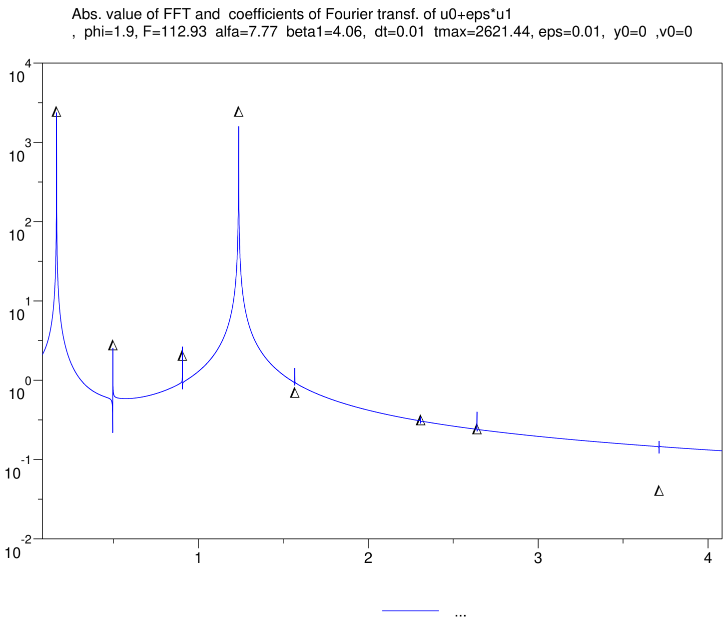

Figure 2:

3 Conclusion

But à moyen terme: Trouver des modèles assez précis et les résoudre pour retrouver quantitativement les résultats expérimentaux....

sujets de stage et de thèse....