L1aes – TQA-2 Université de Nice - Sophia Antipolis

Interrogation de statistiques – 2 avril 2014 – sujet A

Durée 40mn – documents interdits

Nom : **Prénom :**

Exercice 1. On lit dans la presse la phrase suivante :

> "Un conducteur n'ayant pas eu une nuit de sommeil complète a un risque 60% plus élevé d'avoir un accident qu'un conducteur ayant eu une nuit de sommeil complète".

a. Indiquer les évènements en jeu et choisir des variables ($E, F, \ldots$) pour les désigner. Comment se traduit la phrase en terme de probabilité de ces évènements ?

b. Les relations entre les probabilités des évènements indiquent t-elles une liaison entre les évènements ? Ou pratiquement l'indépendance (au sens du cours) entre les évènements ? Ou bien on ne peut pas conclure ?

c. Est il correct de déduire de la phrase ci-dessus :

1. Qu'un conducteur rencontré au hasard a plus de chance d'avoir eu une nuit de sommeil complète si on apprend qu'il n'a pas eu d'accident dans la journée ?
2. Qu'un conducteur rencontré au hasard a moins de chance d'avoir eu un accident dans la journée si on apprend qu'il a eu une nuit de sommeil complète ?

Expliquer.

1a. E = " avoir eu une nuit de sommeil complète "

F = " avoir un accident "

$P(F \mid \text{non } E) = (1+60\%)P(F \mid E) = 1{,}6 \times P(F \mid E)$

1b. S'il y avait strictement indépendance on aurait $P(F \mid \text{non } E) = P(F) = P(F \mid E)$.

La relation $P(F \mid \text{non } E) = 1{,}6\, P(F \mid E)$ indique donc qu'on a pas strict[t] indépendance. Elle indique clairement une liaison si on prend S_E comme population de référence.

Au sens du cours on a pratiquement indépendance entre F et non E si $q_{F, \text{non } E} = \dfrac{P(F \mid \text{non } E)}{P(F)}$ est un nombre entre 0,9 et 1,1 , on a pratiquement indépendance entre F et E si $q_{F,E} = \dfrac{P(F \mid E)}{P(F)} \in [0{,}9 ; 1{,}1]$

On a $\dfrac{P(F \mid \text{non } E)}{P(F)} = 1{,}6 \times \dfrac{P(F \mid E)}{P(F)}$ donc on ne peut avoir $\dfrac{P(F \mid \text{non } E)}{P(F)}$ et $\dfrac{P(F \mid E)}{P(F)}$ tous deux entre 0,9 et 1,1. Il n'y a pas pratiquement indépendance.

1c. On a $P(F \mid \text{non } E) > P(F) > P(F \mid E)$ d'une part.

(2) dit $P(F \mid E) < P(F)$; c'est donc correct.

(1) dit $P(E \mid \text{non } F) > P(E)$. ce qui équivaut à $P(E \mid \text{non } F) > P(E) > P(E \mid F)$

Or $\dfrac{P(E \mid F)}{P(E)} = \dfrac{P(F \mid E)}{P(F)} < 1$ donc $P(E \mid F) < P(E)$ donc (1) est correct.

../..

Exercice 2. Donnez le détail des calculs.

"Boire augmente le risque de maladie du foi" (les données de l'exercice sont inventées)

On observe que 10% des personnes de plus de 40 ans ont une maladie du foi et que 80% des personnes malades déclarent consommer tous les jours de l'alcool. Un sondage auprès de la population des plus de 40 ans indique que 60% d'entre eux consomment tous les jours de l'alcool.

a. On note M l'évènement "être malade du foi" et A l'évènement "consommer chaque jour de l'alcool". Calculer les nombres $\frac{f_{M|A}}{f_M}$ et $\frac{f_{M|A}}{f_{M|\,\text{non}\,A}}$. Quelle population de référence choisira t-on pour affirmer de façon quantifiée que boire augmente le risque de maladie ? Quel sera le slogan précis ?

b. Un nouveau sondage indique que 90% de la population des plus de 40 ans consomment tous les jours de l'alcool. Peut on encore affirmer que boire augmente le risque de maladie du foi ? Expliquer.

2a. On a $f_M = 10\%$, $f_{A|M} = 80\%$, $f_A = 60\%$

$$\frac{f_{M|A}}{f_M} = \frac{f_{A|M}}{f_A} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3} = 1,33..$$

$$\frac{f_{M|\text{non}A}}{f_M} = \frac{f_{\text{non}A|M}}{f_{\text{non}A}} = \frac{1-f_{A|M}}{1-f_A} = \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{f_{M|A}}{f_{M|\text{non}A}} = \frac{f_{M|A}}{f_M} \times \frac{f_M}{f_{M|\text{non}A}} = \frac{4}{3} \times 2 = \frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2,66..$$

$\frac{f_{M|A}}{f_M}$ est le coeff. de liaison entre M et A avec la population entière comme population de référence.

$\frac{f_{M|A}}{f_{M|\text{non}A}}$ est le coeff. de liaison avec la population $S_{\text{non}A}$ comme population de référence. La liaison est davantage marquée avec $S_{\text{non}A}$ comme population de référence.

Avec $S_{\text{non}A}$ et le quotient 2,66 associé, le slogan sera " Boire multiplie par 2,66 le risque de maladie du foi "

2b. $f_A = 90\%$ alors $\frac{f_{M|A}}{f_M} = \frac{f_{A|M}}{f_A} = \frac{0,8}{0,9} < 1$ donc il n'est plus correct de dire que A augmente les risques de M, c'est plutôt le contraire.

L1aes – TQA-2 Université de Nice - Sophia Antipolis

Interrogation de statistiques – 2 avril 2014 – sujet B

Durée 40mn – documents interdits

Nom : **Prénom :**

Exercice 1. On lit dans la presse la phrase suivante :

> "Un conducteur ayant eu une nuit de sommeil complète a un risque 10% moins élevé d'avoir un accident qu'un conducteur n'ayant pas eu une nuit de sommeil complète".

a. Indiquer les évènements en jeu et choisir des variables ($E, F, \ldots$) pour les désigner. Comment se traduit la phrase en terme de probabilité de ces évènements ?

b. Les relations entre les probabilités des évènements indiquent t-elles une liaison entre les évènements ? Ou pratiquement l'indépendance entre les évènements (au sens du cours) ? Ou bien on ne peut pas conclure ?

c. Est il correct de déduire de la phrase ci-dessus :

1. Qu'un conducteur rencontré au hasard a plus de chance d'avoir eu une nuit de sommeil complète si on apprend qu'il n'a pas eu d'accident dans la journée ?
2. Qu'un conducteur rencontré au hasard a moins de chance d'avoir eu un accident dans la journée si on apprend qu'il a eu une nuit de sommeil complète ?

Expliquer.

a.

E = "avoir eu une nuit de sommeil complète"

F = "avoir un accident"

$P(F|E) = (1-10\%) \times P(F|\text{non } E) = 0{,}9 \times P(F|\text{non } E)$

b. On a $P(F|E) < P(F|\text{non } E)$ donc $P(F|E) < P(F) < P(F|\text{non } E)$

$$0{,}9 = \frac{P(F|E)}{P(F|\text{non } E)} < \underbrace{\frac{P(F|E)}{P(F)}}_{=q_{F,E}} < 1$$

$q_{F,E}$ est entre 0,9 et 1,1 , on a pratiquement indépendance entre F et E au sens du cours.

c. (1) dit $P(E|\text{non } F) > P(E)$ ce qui équivaut à $P(E|\text{non } F) > P(E) > P(E|F)$ donc à $\frac{P(E|F)}{P(E)} < 1$

Or $\frac{P(E|F)}{P(E)} = \frac{P(F|E)}{P(F)} < 1$ donc (1) est correct d'après ce qui est dit en b

(2) dit $P(F|E) < P(F)$ C'est correct d'après ce qui est dit en b ci-dessus.

Exercice 2. Donnez le détail des calculs.

"Manger des brocolis diminue le risque d'anémie" (les données de l'exercice sont inventées)

On observe que 10% des adolescents de plus de 14 ans sont atteints d'anémie et que 20% des adolescents atteints d'anémie déclarent manger régulièrement des brocolis. Un sondage auprès des adolescents de plus de 14 ans indique que 40% d'entre eux mangent régulièrement des brocolis.

a. On note A l'évènement "être atteint d'anémie" et M l'évènement "manger régulièrement des brocolis". Calculer les nombres $\frac{f_{A|M}}{f_A}$ et $\frac{f_{A|M}}{f_{A|\text{non } M}}$. Quelle population de référence choisira t-on pour affirmer de façon quantifiée que manger des brocolis diminue le risque d'anémie ? Quel sera le slogan précis ?

b. Un nouveau sondage indique que 15% des adolescents de plus de 14 ans mangent régulièrement des brocolis. Peut on encore affirmer que manger des brocolis diminue le risque d'anémie ? Expliquer.

a. On a $f_A = 10\%$, $f_{M|A} = 20\%$, $f_M = 40\%$

$$\frac{f_{A|M}}{f_A} = \frac{f_{M|A}}{f_M} = \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{f_{A|\text{non } M}}{f_A} = \frac{f_{\text{non } M|A}}{f_{\text{non } M}} = \frac{1-f_{M|A}}{1-f_M} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3} = 1,33..$$

$$\frac{f_{A|M}}{f_{A|\text{non } M}} = \frac{f_{A|M}}{f_A} \times \frac{f_A}{f_{A|\text{non } M}} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} = 0,375$$

$\frac{f_{A|M}}{f_{A|\text{non } M}} < \frac{f_{A|M}}{f_A} \ll 1$ la liaison entre A et M est davantage marquée en choisissant $S_{\text{non } M}$ comme population de référence. Le slogan sera "le risque d'anémie est multiplié par 0,375 si on mange régulièrement des brocolis" ou "le risque d'anémie est diminué de 62,5% si on mange régulièrement des brocolis"

b. $f_M = 15\%$ alors $\frac{f_{A|M}}{f_A} = \frac{f_{M|A}}{f_M} = \frac{0,2}{0,15} > 1$. On ne peut plus dire que manger des brocolis diminue le risque d'anémie, c'est plutôt le contraire.