

Interrogation de statistiques - rattrapage - int2

Durée 40mn - documents interdits

Nom :

Prénom :

Exercice 1. On lit dans la presse la phrase suivante :

"Un conducteur ayant une bonne qualité de sommeil a un risque deux fois moins élevé d'avoir un accident qu'un conducteur ayant une mauvaise qualité de sommeil".

- 2 a. Indiquer les événements en jeu et choisir des variables (E, F, \dots) pour les désigner. Comment se traduit la phrase en terme de probabilité de ces événements ?
- 2 b. Les relations entre les probabilités des événements indiquent-elles une liaison entre les événements ? Ou pratiquement l'indépendance (au sens du cours) entre les événements ? Ou bien on ne peut pas conclure ?
- c. Est-il correct de déduire de la phrase ci-dessus :
- 1 1. Qu'un conducteur rencontré au hasard a plus de chance d'avoir une bonne qualité de sommeil si on apprend qu'il n'a pas eu d'accident dans la journée ?
- 1 2. Qu'un conducteur rencontré au hasard a moins de chance d'avoir eu un accident dans la journée si on apprend qu'il a une bonne qualité de sommeil ?

Expliquer en traduisant d'abord les assertions (1) et (2) en terme de probabilité d'événements.

a. $E =$ "avoir une bonne qualité de sommeil" $F =$ "avoir un accident"

$$P(F|E) = \frac{1}{2} P(F|\text{non } E)$$

b. Or $\frac{1}{2} = 0,5 < 1 \rightsquigarrow$ liaison avec $S_{\text{non } E}$ comme pop. de réf.Égal^t $P(F|\text{non } E) = 2 P(F|E) > 1 \rightsquigarrow$ liaison avec S_E comme pop. de réf.

$$q_{F,E} = \frac{P(F|E)}{P(F)} < \frac{P(F)}{P(F)} = 1 < \frac{P(F|\text{non } E)}{P(F)} \quad \text{et} \quad q_{F,\text{non } E} = \frac{P(F|\text{non } E)}{P(F)} = \frac{1}{2} \times \frac{P(F|\text{non } E)}{P(F)}$$

donc les deux nombres $q_{F,E}$ et $q_{F,\text{non } E}$

ne peuvent être tous deux proches de 1. On a pour le moins une liaison entre F et E ou entre F et $\text{non } E$ avec la population entière comme population de référence.

c. (1) dit $P(E|\text{non } F) > P(E)$ ce qui équivaut à $P(E|\text{non } F) > P(E) > P(E|F)$

On sait $P(F|E) < P(F|\text{non } E)$ donc $P(F|E) < P(F) < P(F|\text{non } E)$. Or $\frac{P(E|F)}{P(E)} = \frac{P(F|E)}{P(F)} < 1$ donc on a bien $P(E|F) < P(E) < P(E|\text{non } F)$

(2) dit $P(F|E) < P(F)$ ce qui est vrai puisque $P(F|E) < P(F|\text{non } E)$

..../

Exercice 2. Donnez le détail des calculs.

"Manger des brocolis diminue le risque d'anémie" (les données de l'exercice sont inventées)

On observe que 10% des adolescents de plus de 14 ans sont atteints d'anémie et que 20% des adolescents atteints d'anémie déclarent manger régulièrement des brocolis. Un sondage auprès des adolescents de plus de 14 ans indique que 40% d'entre eux mangent régulièrement des brocolis.

a. On note A l'évènement "être atteint d'anémie" et M l'évènement "manger régulièrement des brocolis". Calculer les nombres $\frac{f_{A|M}}{f_A}$ et $\frac{f_{A|\text{non } M}}{f_{A|\text{non } M}}$. Quelle population de référence choisira t-on pour affirmer de façon quantifiée que manger des brocolis diminue le risque d'anémie ? Quel sera le slogan précis ?

b. Un nouveau sondage indique que 15% des adolescents de plus de 14 ans mangent régulièrement des brocolis. Peut on encore affirmer que manger des brocolis diminue le risque d'anémie ? Expliquer.

a On connaît $f_A = 10\%$, $f_{M|A} = 20\%$, $f_M = 40\%$

$$\text{On a } \frac{f_{A|M}}{f_A} = \frac{f_{M|A}}{f_M} = \frac{0,2}{0,4} = 0,5$$

$$\frac{f_{A|\text{non } M}}{f_{A|\text{non } M}} = \frac{f_{\text{non } M|A}}{1 - f_M} = \frac{1 - f_{M|A}}{1 - f_M} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3} = 1,33\dots$$

$$\frac{f_{A|M}}{f_{A|\text{non } M}} = \frac{f_{A|M}}{f_A} \times \frac{f_A}{f_{A|\text{non } M}} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8} = 0,375$$

car $\frac{f_{A|M}}{f_{A|\text{non } M}}$ est plus loin de 1 que $\frac{f_{A|M}}{f_A}$, on a intérêt à choisir la population $S_{\text{non } M}$ plutôt que la population

entière comme population de référence pour mieux marquer la liaison entre A et M

Slogan: "Manger des brocolis diminue de $\frac{1 - 0,375}{1} = 62,5\%$ le risque d'anémie"

b. maintenant $f_M = 15\%$ alors $\frac{f_{A|M}}{f_A} = \frac{f_{M|A}}{f_M} = \frac{0,2}{0,15} > 1$ donc c'est plutôt le contraire: manger des brocolis augmente le risque d'anémie