1. *(Examen 1ère session 2013)*

On lit dans la presse la phrase suivante :

> "Une personne de 40 ans et plus appartenant à un ménage modeste a 1.2 fois plus de risque qu'une personne de même classe d'âge n'appartenant pas à un ménage modeste de n'être pas vaccinée."

On note E l'évènement "Avoir 40 ans ou plus", F l'evt "appartenir à un ménage modeste", G l'evt "être vacciné". On note $\text{non}\,E$, $\text{non}\,F$, etc. la négation de l'evt E, de l'evt F, etc. respectivement.

a. Quel est l'évènement $\text{non}\,E$?

b. Quelles sont les affirmations correctes parmi ce qui suit : (La notation $P(A|B)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant B.)

1. $\text{P}(E \text{ et } F\,|\,G) = 1.2 \times \text{P}(E \text{ et } F \mid \text{non}\,G)$
2. $\text{P}(F\,|\,E \text{ et } \text{non}\,G) = 1.2 \times \text{P}(F \mid E \text{ et } G)$
3. $\text{P}(G\,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \text{P}(\text{non}\,G\,|E \text{ et } F)$
4. $\text{P}(\text{non}\,G\,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \text{P}(\text{non}\,G\,|E \text{ et } \text{non}\,F)$
5. $\text{P}(\text{non}\,G\,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \text{P}(\text{non}\,G\,|\,\text{non}(E \text{ et } F))$
6. La probabilité qu'un individu appartienne à un ménage modeste augmente si on apprend qu'il n'est pas vacciné.
7. La probabilité qu'un individu ne soit pas vacciné augmente si on apprend qu'il appartient à un ménage modeste.

2. Un calcul de Chi-deux.

Une population de 410 individus est étudiée via deux caractères qualitatifs X et Y prenant pour valeurs x_1, x_2, x_3 et y_1, y_2, y_3, y_4 respectivement, et dont les effectifs conjoints sont donnés par le tableau ci-dessous :

X \ Y	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	63	42	0	0
x_2	0	0	0	195
x_3	0	0	100	0

a. On choisit un individu i au hasard. Que peut on dire de $X(i)$ si on sait $Y(i) = y_4$? Que peut on dire de $Y(i)$ si on sait $X(i) = x_1$?

b. Par combien est multipliée la probabilité de l'évènement "$Y = y_2$" si on apprend que X vaut x_1 ?

c. Les caractères X et Y sont ils indépendants ? (Justifiez)

d. Que vaut $\chi^2(X, Y)$? Commentaires ?

e. On suppose maintenant que le tableau des effectifs conjoints est celui ci-dessous. Comment est modifié $\chi^2(X, Y)$? Comment sont modifiés les commentaires ?

X \ Y	y_1	y_2	y_3	y_4
x_1	63	42	0	0
x_2	0	0	0	190
x_3	0	0	100	5

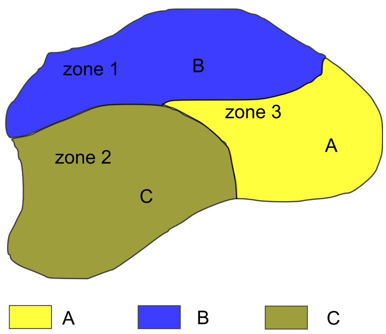
3. *Coefficient de corrélation*

On a mesuré la longévité des piles pour un ensemble de 40 piles de marque A, 30 piles de marque B et 50 piles de marque C. La longévité moyenne des piles de marque A est de 71.8 (minutes) ; celle de marque B est 60.2 ; celle de marque C est 75.3.

Quelle est la longévité moyenne des piles testées ?

L'écart type des longévités dans la population entière est de 7. Que vaut le coefficient de corrélation de la longévité selon la marque ? Commentaires ?

4. Trois candidats A,B et C se disputent une élection. La carte ci-dessous montre le candidat arrivé en tête de l'élection dans chacune des trois zones géographiques 1,2,3 :



a. Quelle population a t-on raisonnablement étudiée et par quels carcatères pour obtenir cette carte ?

Quelle information donne la carte sur les caractères (dans les termes de la statistique desciptive) ?

b. L'information que donne cette carte suffit elle pour observer une liaison au sens statistique entre le suffrage des électeurs et la zone géographique ?

c. Il y a 2000 votants en zone 1, 4000 en zone 2 et 3500 en zone 3. Le dépouillement dans chacune des zones a donné les résultats suivants :

zone 1 : 29% pour A, 40% pour B, 31% pour C

zone 2 : 33% pour A, 33% pour B, 34% pour C

zone 3 : 40% pour A, 39% pour B, 21% pour C

Observe t-on une liaison entre le suffrage des électeurs et la zone géographique ?

*Calculer le nombre $\chi^2(X, Y)$ où X, Y sont les deux caractères étudiés. Quel couple de valeurs contribue le plus à une liaison entre X et Y ?