Correction

L1MD - QCM du 22 avr. 2015
Sujet A

Nom et prénom :
....

Durée : 15 minutes. Documents et appareils électroniques interdits.

Dans les exercices 1 et 2 une seule réponse est correcte. Cochez les bonnes réponses en les noircissant. Une mauvaise réponse cochée peut donner des points négatifs !

Ex.1. La formalisation de l'énoncé "Toute suite de nombres réels est croissante à partir d'un certain rang" commencer par :

☐ $\forall n : \mathbb{N}, \ldots$ ☐ $\exists n : \mathbb{N}, \ldots$ ☐ $\forall u_n : \mathbb{R}$ ■ $\forall (u_n) : \mathbb{R}^{\mathbb{N}}, \ldots$
☐ $\exists (u_n) : \mathbb{R}^{\mathbb{N}}, \ldots$ ☐ $\exists u_n : \mathbb{R}, \ldots$

Ex.2. Pour E une partie de $\mathbb{R}$ et x un élément de E l'énoncé "x est le plus grand élément de E" est correctement formalisé par :

1 $\forall y \in E,\ x \geq y$

■ non sûr ☐ non probable ☐ oui probable ☐ oui sûr

2 $\exists y \in E,\ y \leq x$

■ non sûr ☐ non probable ☐ oui probable ☐ oui sûr

3 $\exists x \in E,\ \forall y \in E,\ x \geq y$

■ non sûr ☐ non probable ☐ oui probable ☐ oui sûr

4 $\forall y \in \mathbb{R},\ y \in E \Rightarrow y < x$

■ non sûr ☐ non probable ☐ oui probable ☐ oui sûr

Ex.3. Pour E une partie de $\mathbb{R}$, l'énoncé $\forall y \in E,\ \exists x \in E,\ x \geq y$ dit que :

■ rien
☐ E admet un plus grand élément
☐ E n'est pas majoré
☐ E n'admet pas de plus grand élément
☐ x est le plus grand élément de E
☐ E est non vide
☐ E est majoré

Correction

Ex.4. Indiquer pour chacun des séquents suivants la première règle qui s'applique (dans une preuve du séquent) parmi les règles proposées. Il peut y avoir plusieurs bonnes réponses.

1 $\vdash\ \forall a:\mathbb{R},\ \exists x:\mathbb{R},\ (2-a)x^2+4x+a=0$

■ $(\vdash\Rightarrow)$ □ $(\vdash\forall)$ □ $(\text{ ou }\vdash)$ □ $(\vdash\text{ et })$ □ aucune
□ $(\exists\vdash)$ □ $(\text{ et }\vdash)$

2 $x:\mathbb{R},\ (\exists y:\mathbb{R},\ y^2=x)\ \vdash\ x^2>1\Rightarrow x>1$

□ $(\vdash\text{ et })$ □ $(\exists\vdash)$ ■ $(\vdash\Rightarrow)$ □ $(\vdash\forall)$ □ $(\text{ et }\vdash)$
□ $(\text{ ou }\vdash)$ □ aucune

3 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f$ est continue, $(\exists a:\mathbb{R},\ f(a)\leq 0),\ (\exists b:\mathbb{R},\ f(b)\geq 0)\ \vdash\ \exists x:\mathbb{R}, f(x)=0$

□ $(\exists\vdash)$ ■ $(\vdash\Rightarrow)$ □ $(\vdash\text{ et })$ □ $(\vdash\forall)$ □ $(\text{ ou }\vdash)$
□ aucune □ $(\text{ et }\vdash)$

4 $x:\mathbb{R},\ x\geq 1,\ \vdash\ \forall y:\mathbb{R},\ y^2=x\Rightarrow y\geq 1$

□ $(\text{ ou }\vdash)$ □ aucune □ $(\exists\vdash)$ ■ $(\vdash\Rightarrow)$ □ $(\vdash\forall)$
□ $(\vdash\text{ et })$ □ $(\text{ et }\vdash)$

Ex.5. Reconnaître la règle utilisée pour ramener la preuve du séquent au dessus de la ligne à celle du ou des séquents en dessous de la ligne.

1 $$\frac{p:\mathbb{N},\ p\neq 0,\ (\exists v,m:\mathbb{N},\ p=2^v(2m+1))\ \vdash\ 4 \text{ divise } p^2 \text{ ou } p^2 \text{ est impair}}{p,v,m:\mathbb{N},\ p\neq 0,\ p=2^v(2m+1)\ \vdash\ 4 \text{ divise } p^2 \text{ ou } p^2 \text{ est impair}}$$

□ $(\vdash\text{ et })$ □ $(\exists\vdash)$ □ $(\text{ et }\vdash)$ ■ $(\vdash\Rightarrow)$ □ aucune de celles-ci
□ $(\vdash\forall)$ □ $(\text{ ou }\vdash)$

2 $$\frac{\vdash\ \forall f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f \text{ est bornée } \Rightarrow f^2 \text{ est bornée}}{f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\ \vdash\ f \text{ est bornée } \Rightarrow f^2 \text{ est bornée}}$$

□ aucune de celles-ci □ $(\exists\vdash)$ □ $(\vdash\text{ et })$ □ $(\text{ et }\vdash)$
□ $(\text{ ou }\vdash)$ ■ $(\vdash\Rightarrow)$ □ $(\vdash\forall)$