

Sujet A

durée 1H ; tout document et matériel électronique interdit

1. Donner la table de vérité des énoncés suivants suivant les valeurs de vérité de P, Q, R , en détaillant les calculs (en détaillant la table) ou en argumentant.

(a) $(P \text{ ou } Q) \Rightarrow (P \Leftrightarrow Q)$

(b) $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((R \Rightarrow P) \Rightarrow (R \Rightarrow Q))$

Quelle est la négation de (b) ?

2. On note \overline{P} l'expression algébrique dans $(\mathbb{F}_2, +, \times)$ d'un énoncé P . On rappelle qu'on a $\overline{\overline{P}} = 1 + \overline{P}$ et $\overline{P \text{ et } Q} = \overline{P} \times \overline{Q}$.

Exprimer $\overline{P \Rightarrow Q}$ en détaillant les calculs puis $\overline{(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((R \Rightarrow P) \Rightarrow (R \Rightarrow Q))}$. Qu'obtient on après simplification ? Est-ce compatible avec la table de vérité de la question 1b ci-dessus ?

3. Pour chacun des énoncés suivants indiquer les variables libres et les variables liées. Donner un type raisonnable pour ces variables en expliquant votre choix.

a. $\exists p : \mathbb{N}, \forall n : \mathbb{N}, n \geq p \Rightarrow u_n \geq b$

b. $\exists a : \mathbb{R}, \int_1^a h(u) du < 0$

c. $\cos(A) \subset]\frac{1}{2}, 1]$

4. Formaliser chacun des énoncés suivants, donner en la négation formelle puis une traduction de la négation en langage courant sans variables liées.

a. La fonction \ln n'est pas minorée sur $]0, 1]$

b. Tout nombre réel est majoré par un entier.

c. Aucune suite (u_n) de nombres réels n'est croissante à partir d'un certain rang.

5. Traduire en langage courant sans variables liées

a. $\forall x \in]0, 1[, \exists y \in]0, 1[, y > x$

b. $\forall y \in \mathbb{R}, \sin(y) \geq \sin(x)$

c. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \sin(y) \geq \sin(x)$