2 $a \in \mathbb{R}$, $E \subset \mathbb{R}$ (contexte)

2 a. a est un majorant de E $\quad \forall x \in E, x \leq a$

2b. a est le plus grand élément de E $\quad a \in E$ et $\forall x \in E, x \leq a$

2c E admet un plus grand élément $\quad \exists a \in E, \forall x \in E, x \leq a$

2d Toute partie non vide de $\mathbb{Z}_-$ admet un plus grand élément

$$\forall E \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}_-), E \neq \emptyset \Rightarrow (\exists a \in E, \forall x \in E, x \leq a)$$

2e Pas toutes les parties non vides de $\mathbb{Z}$ admettent un plus grand élément

$$\exists E \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}), E \neq \emptyset \text{ et } (\forall a \in E, \exists x \in E, x > a)$$

2f Pour qu'une partie de $\mathbb{Z}$ admette un plus grand élément, il faut qu'elle soit non vide et majorée

$$\forall E \in \mathcal{P}(\mathbb{Z}), (\exists a \in E, \forall x \in E, x \leq a) \Rightarrow (E \neq \emptyset \text{ et } (\exists a \in \mathbb{R}, \forall x \in E, x \leq a))$$