

1 pas bon, ok **1,5** + 1

2 cf exam 2015, bonne et corrigé  $1+1+1+1$  (0,5 pour  $\forall A: \mathcal{P}(A)$ ) + 1 (0,5 pour  $\exists A: \mathcal{P}(A)$ ) + 1,5 (0,5 pour  $\forall A: \mathcal{P}(A)$ , A admet

3 a un tel cycle s'écrit de façon unique  $(1 a b)$  avec  $\{a, b\} = \{2, 3\}$   $\leadsto$  2 possibilités  $(1 2 3)$   $(1 3 2)$  **1** page  $\rightarrow$  A non vide et maj.

$\phi: (a_1 a_2 a_3) \mapsto \{a_1 a_2 a_3\}$  surjective,  $\phi^{-1}(\{a_1, a_2, a_3\}) \cong \{\text{cycles de long. 3 de } \{1, 2, 3\}\}$  de card 2  
 cycle de long 3  $\rightarrow \mathcal{P}_3(\{1, -1, 5\})$   
 $\# \{\text{cycles de long. 3}\} = \sum_{A \in \mathcal{P}_3(\{1, -1, 5\})} \# \phi^{-1}(A) = 2 \times \# \mathcal{P}_3(\{1, -1, 5\}) = 2 \times \binom{5}{3} = 20$  **1**

3 b  $(2 5 1 3)^{-1}$ :  $2 \mapsto 3$   
 $5 \mapsto 2$  c'est le cycle  $(3 1 5 2)$  **1**  
 $1 \mapsto 5$   
 $3 \mapsto 1$

3 c  $\sigma = \underbrace{(2 5 1 3)}_{\sigma_1} \underbrace{(7 2 3 4)}_{\sigma_2}$   
 $\sigma(3) = \sigma_1(\sigma_2(3)) = \sigma_1(4) = 4$   
 $\sigma(4) = \sigma_1(7) = 7$   
 $\sigma(7) = \sigma_1(2) = 5$   
 $\sigma(5) = \sigma_1(1) = 1$   
 $\sigma(1) = \sigma_1(3) = 3$   
 $\leadsto$  l'orbite de 3 est  $\{4, 7, 5, 1, 3\}$  **1**  
 reste à déterminer les images de 2 et 6 par  $\sigma$   
 $\sigma(2) = \sigma_2(3) = 2$   
 $\sigma(6) = \sigma_1(6) = 6$

$\leadsto \sigma$  est le cycle  $(3 4 7 5 1)$  **1**

3 d  $\tau = (2 5 1 3) (4 7 6)$  composée de cycles a disjointes  $\leadsto \tau^n = (2 5 1 3)^n (4 7 6)^n$

$\tau^n = \text{id} \Leftrightarrow (2 5 1 3)^n = \text{id}$  et  $(4 7 6)^n = \text{id}$   
 $\Leftrightarrow 4$  divise  $n$  et  $3$  divise  $n$   
 $\Leftrightarrow 12$  divise  $n$  **1** (dont 0,5 pour justification)

le plus petit  $n > 0$  divisible par 12 est 12

4 a  $x = 3, \underline{15} \dots$  alors  $100x = 315 + (x-3) \leadsto x = \frac{312}{97} = \frac{104}{33}$  **1**

4 b  $3 \overline{) 30}$   
 $60 \overline{) 06428571 \dots}$  **1,5**

4 c  $3, \underline{15} \dots - 2, \underline{726} \dots = 3, \underline{151} \dots - 2, \underline{726} \dots = 0, \underline{425} \dots$  **1**

5

A	B	$\neg(A \text{ ou } B)$	$\neg(A \text{ et } B)$
V	V	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	F	V	V

les parenthèses importent donc  $\neg(A \text{ ou } B)$  est ambiguë

**1+1**  
 inclusion

6.1 a Mon c Mon e Mon  
 b Mon d oui f oui

1, 0, 5 par réponse erronée ou manquante

6.2 g Mon i oui h Mon  
 k oui j Mon l oui

idem

6.3m  $2^4 = 16$  lignes

1

6.3n On suppose R vrai alors  $R \Rightarrow A$  a même table de vérité que A

1

$$\text{donc } (E) \equiv \underbrace{(S \text{ ou } V)}_V \Rightarrow \left( \underbrace{((Q \Rightarrow P) \Rightarrow (V \Rightarrow Q))}_Q \text{ ou } \underbrace{(V \Rightarrow P)}_P \text{ ou } \underbrace{(V \Rightarrow S)}_S \right)$$

1, 5

---


$$\left( (Q \Rightarrow P) \Rightarrow Q \right) \text{ ou } P \text{ ou } S$$

seul cas à calculer:  $P \equiv S \equiv F$  mais alors  $Q \Rightarrow P \equiv \neg Q$   $(\neg Q) \Rightarrow Q \equiv Q$

conclusion si R est vrai alors  $(E) \equiv Q$  ou P ou S

6.3o. On suppose R faux. alors  $R \Rightarrow A \equiv V$  puis  $(E) \equiv S \Rightarrow \left( \underbrace{((Q \Rightarrow P) \Rightarrow V)}_V \text{ ou } V \text{ ou } V \right) \equiv V$  1+1

$S \text{ ou } R \equiv S$

$V$

6.3p (E) est fautive si  $R \equiv V$  et  $P, Q, S \equiv F$  1 (cohérence avec 6.3o.)

6.3q si  $R \equiv F$  et l'un de  $P, Q, S$  est Vrai alors  $\bar{R} + (1 + \bar{P})(1 + \bar{Q})(1 + \bar{R}) = 0$  en contradiction avec 6.3o. donc il y a une erreur ds le calcul de  $\bar{E}$  1, 5