**Ex. 2.** Une partie de la population est atteinte d'une maladie chronique qu'on soigne par la prise régulière d'un médicament. On sait que 10% de la population prend le médicament. On estime que 75% des personnes prenant le médicament sont atteintes par la maladie et que 20% des personnes malades ne prennent pas le médicament.

On note $Ma$ l'évènement "être malade" et $Med$ l'évènement "Prendre le médicament". Traduire les données de l'exercice en terme des fréquences de $Ma$ et $Med$.

Quelle est la proportion de personnes prenant le médicament parmi les personnes malades ?

Quelle est la proportion de personnes malades dans la population ?

Quelle est la proportion de personnes malades parmi les personnes ne prenant pas le médicament ?

On rencontre une personne au hasard. De combien augmente la probabilité a priori qu'elle prenne le médicament si on apprend qu'elle est malade ?

**Ex. 3.** Une partie de la population est atteinte d'une maladie chronique qu'on soigne par la prise régulière d'un médicament. On sait que 10% de la population prend le médicament. On estime que 80% des personnes prenant le médicament sont atteintes par la maladie et que 20% des personnes malades ne prennent pas le médicament.

Quelle est la proportion de personnes malades dans la population ?

**4.** Voici ci-dessous un tableau extrait d'une publication de l'Insee

**Tableau 2 : Taux d'activité et recours au temps partiel des hommes et des femmes de 25 à 49 ans selon le nombre et l'âge des enfants**

en %

| | Taux d'activité | | | Temps partiel parmi les personnes ayant un emploi | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Femmes | Hommes | Ensemble | Femmes | Hommes | Ensemble |
| **Ensemble** | **83,1** | **96,2** | **89,4** | **29,2** | **3,7** | **15,9** |
| Aucun enfant | 91,0 | 94,2 | 92,8 | 15,8 | 5,1 | 9,6 |
| 1 enfant | 87,0 | 97,6 | 91,5 | 26,1 | 3,2 | 15,4 |
| 2 enfants | 82,7 | 97,5 | 89,3 | 37,7 | 2,5 | 20,2 |
| 3 enfants ou plus | 63,7 | 96,6 | 78,1 | 47,6 | 3,3 | 22,8 |

**a.** Quelle est la population étudiée ? Quels sont les caractères retenus dans le tableau ? Que représentent les nombres : des effectifs conjoints ? des fréquences conjointes, marginales, conditionnelles ? (si oui, de quoi ?) ou autre chose ?

**b.** Quelle est la proportion de femmes travaillant à temps partiel parmi toutes les femmes ?

**c.** Peut on déduire de la première ligne du tableau qu'il y a plus d'hommes que de femmes, ou l'inverse, au sein de la population étudiée ?

**Ex. 10.** *(traité en cours)* Le président d'une université américaine s'émeut de ce que le taux de réussite des filles au concours d'entrée soit significativement plus faible que celui des garçons : 35% contre 45%. Il interroge les directeurs des deux seuls départements de l'université, Sciences et Lettres, lesquels répondent qu'au concours d'entrée qu'ils organisent chacun pour leur département, les filles réussissent mieux que les garçons. Ainsi, d'après leurs statistiques, une fille se présentant au concours Sciences a 55% de chance d'être admise, contre 50% pour un garçon, et une fille se présentant au concours Lettres à 30% de chance d'être admise, contre 25% pour un garçon. Que doit conclure le président de l'université ? Indication : on suppose qu'un candidat ne se présente qu'à un seul des deux concours Sciences et Lettres. Noter p, respectivement q, la proportion parmi les filles, respectivement parmi les garçons, de choix du concours Sciences. Calculer p et q à partir des relations ci-dessus.

**Ex. 11.** On lit dans la presse la phrase suivante :

"Une personne de 40 ans et plus appartenant à un ménage modeste a 1.2 fois plus de risque qu'une personne de même classe d'âge n'appartenant pas à un ménage modeste de n'être pas vaccinée."

On note $E$ l'évènement "Avoir 40 ans ou plus", $F$ l'evt "appartenir à un ménage modeste", $G$ l'evt "être vacciné". On note $\bar{E}$, $\bar{F}$, etc. la négation de l'evt $E$, de l'evt $F$, etc. respectivement.

Quelles sont les affirmations correctes parmi ce qui suit :

1. $\mathrm{P}(E \text{ et } F \,|\, G) = 1.2 \times \mathrm{P}(E \text{ et } F \mid \bar{G})$
2. $\mathrm{P}(F \,|\, E \text{ et } \bar{G}) = 1.2 \times \mathrm{P}(F \mid E \text{ et } G)$
3. $\mathrm{P}(G \,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \mathrm{P}(\bar{G} \,|E \text{ et } F)$
4. $\mathrm{P}(\bar{G} \,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \mathrm{P}(\bar{G} \,|E \text{ et } \bar{F})$
5. $\mathrm{P}(\bar{G} \,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \mathrm{P}(\bar{G} \,|\overline{(E \text{ et } F)})$
6. La probabilité qu'un individu appartienne à un ménage modeste augmente si on apprend qu'il n'est pas vacciné.
7. La probabilité qu'un individu ne soit pas vacciné augmente si on apprend qu'il appartient à un ménage modeste.

**Ex. 12.** 30% de la population est atteint d'une maladie chronique qu'on soigne par la prise régulière d'un médicament. On estime que 75% des personnes atteinte de la maladie prennent le médicament et que 10% des personnes prenant le médicament ne sont pas malades (faux diagnostic), le médicament étant alors sans effet.

Quelle est la proportion des personnes prenant le médicament parmi les personnes non malades ?

On rencontre une personne au hasard. De combien augmente la probabilité a priori qu'elle soit malade si on apprend qu'elle prend le médicament ?

Un statisticien d'une compagnie d'assurance maladie est d'avis qu'il faut interdire le médicament sous prétexte que la prise de ce médicament augmente la probabilité d'être malade. Qu'en pensez vous ?

**Ex. 13.** *"Manger des brocolis diminue le risque d'anémie" (les données de l'exercice sont inventées)*

On observe que 10% des adolescents de plus de 14 ans sont atteints d'anémie et que 20% des adolescents atteints d'anémie déclarent manger régulièrement des brocolis. Un sondage auprès des adolescents de plus de 14 ans indique que 40% d'entre eux mangent régulièrement des brocolis.

**a.** On note $A$ l'évènement "être atteint d'anémie" et $M$ l'évènement "manger régulièrement des brocolis". Calculer les nombres $\frac{f_{A|M}}{f_A}$ et $\frac{f_{A|M}}{f_{A|\bar{M}}}$. Quelle population de référence choisira t-on pour affirmer de façon quantifiée que manger des brocolis diminue le risque d'anémie ? Quel sera le slogan précis ?

**b.** Que vaut l'affirmation (ou le slogan) ? Que peut on imaginer comme contexte qui retourne la conclusion ?

**c.** Un nouveau sondage indique que 15% des adolescents de plus de 14 ans mangent régulièrement des brocolis. Affirmera t on encore que manger des brocolis diminue le risque d'anémie ?