

L2MASS Calcul Sci. Interrogation du 22 mars 2018

I.a La fonction racine carré est très certainement implémentée dans Sagemath. Comment peut on la trouver ? Comment de même peut on trouver l'expression désignant $+\infty$ si ceci est défini dans Sagemath ?

I.b Calculer une expression symbolique et une approximation numérique de l'intégrale de 0 à $+\infty$ de $\frac{1}{\sqrt{1+x^3}}$

L'expression symbolique fait intervenir une fonction "usuelle" (désignée par son nom). Comment est définie cette fonction ?

I.c On veut poser $f(a) = \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{a+x^3}}$ mais Sagemath rend une erreur. Pourquoi ? Quelle suggestion du message d'erreur permet de définir f dans Sagemath ?

Trouver une expression de a tel que $f(a) = 1$.

Pour un tel a définir la fonction $g(t) = \int_0^t \frac{dx}{a+x^3}$. Vérifier qu'on a bien $g(0) = 0$. Comparer les valeurs rendues pour $g(\infty)$, $g(\infty)$. `simplify()`, `g(t)`. `limit(t = \infty)`. Que se passe t-il ?

II On définit les deux suites (x_n) , (y_n) par les relations de récurrence :

$$x_0 = 1, \quad y_0 = 0, \quad x_{n+1} = \frac{x_n}{3} + \frac{y_n}{2}, \quad y_{n+1} = \frac{2x_n}{3} + \frac{y_n}{2}$$

a. Calculer x_{100} . Représenter graphiquement la suite des valeurs de x_n pour n variant de 0 à 100. Conjecturer vous un limite pour la suite (x_n) ?

b. Représenter graphiquement la suite de points (x_n, y_n, n) pour n variant de 0 à 100. Que voyez vous ?

c. Trouver (x, y) tel que $x + y = 1$, $x = \frac{x}{3} + \frac{y}{2}$, $y = \frac{2x}{3} + \frac{y}{2}$